

## ÀLGEBRA II

---

### TEORIA DE GRUPS

- 1.- Grups. Subgrups. Grup quocient. Morfismes de grups. Teoremes d'isomorfia. Recordatori de grups cíclics. Grups de permutacions.
- 2.- G-Conjunts. Exemples. Òrbites i fórmula de les classes. Aplicacions.
- 3.- Grups finits. Teoremes de Sylow. Aplicacions: Classificació dels grups d'ordre  $\leq 15$ . Grups d'ordre  $p \cdot q$ , etc.
- 4.- Cadenes de subgrups. Nilpotència i Resolubilitat. Exemples.
- 5.- Grup lliure. Generadors i relacions. Tot grup ve donat per generadors i relacions (teorema de Van Dyck).

### TEORIA D'ANELLS

- 1.- Anells. Subanells. Ideals. Anell quocient. Morfismes d'anells. Teoremes d'isomorfia. Exemples.
- 2.- Dominis d'integritat. Cos de fraccions. Exemples.
- 3.- Dominis Euclidiàns. Exemples. La divisibilitat en un domini Euclidià. Dominis d'ideals principals. Tot DE és DIP. Dominis de factorització única. Àtoms i primers. Tot DIP és un DFU. Exemple on el recíproc no és cert. Divisibilitat en DFU.
- 4.- Mòduls sobre anells commutatius. Suma directa de mòduls. Mòdul lliure. Morfismes de mòduls. Morfismes de mòduls lliures: Matrius. Canvis de base/ Canvis elementals. Matrius semblants i matrius equivalents. El cas dels DE. El cas dels DIP.
- 5.- Mòduls f.g. sobre DIP. Els teoremes de classificació utilitzant el joc de les matrius. Aplicacions.

### TEORIA DE COSSOS I TEORIA DE GALOIS

- 1.- Polinomi. Criteris d'irreductibilitat. Polinomis simètrics. Resultant.
- 2.- Extensions finites i finit-generades. Classificació de les extensions simples. Extensions algebraïques. Cossos de descomposició. Clausura algebraica.
- 3.- Nombres transcendentals. Teorema de Cantor. Teorema de Liouville. Nombres de Liouville. Aproximació diofantina. Transcendència de  $e$  i  $\pi$ .
- 4.- Construccions amb regla i compàs. Caracterització dels nombres constructibles. Duplicació del cub. Trissecció de l'angle. Quadratura del cercle. Construcció de polígons regulars.

Full 2on. Programa Tercer Curs. Algebra II.

- 5.- Resolubilitat d'equacions per radicals. Fórmules de resolució de les equacions quadràtiques, cúbiques i quàrtiques. El mètode de Lagrange. El mètode de Galois. Impossibilitat de resolució de la quàrtica per radicals.
- 6.- Extensions normals. Extensions separables. Teorema de l'element primitiu. Extensions purament inseparables.
- 7.- Extensions de Galois. Grup de Galois. Correspondència de Galois i teorema fonamental. Arrels de la unitat. Extensions cícliques. Teoria de Kummer. El problema invers de la teoria de Galois.
- 8.- Cossos finits. Cossos no-commutatius. Teorema de Wedderburn. Els quaternions reals. Teorema dels quatre quadrats.
- 9.- Extensions transcendents. Bases de transcendència. Extensions separablement generades. Conjunts algebraics. Nullstellensatz de Hilbert. Corbes parametitzables. Teorema de Lüroth.
- 10.- Grups profinites i teoria de Galois infinita.