

TEORIA DE LA PROBABILITAT. 4rt. Matemàtiques.

Programa de l'assignatura. Curs 87-88

Professor: A. Sintès

Programa:

Capítol 1. Revisió de la Teoria elemental de la Probabilitat.

- 1.1 Model probabilístic d'un experiment amb un nombre finit de resultats.  
Alguns models clàssics.
- 1.2 Probabilitat condicionada i independència.
- 1.3 Variables aleatòries i les seves propietats.
- 1.4 Lleis dels grans nombres per a experiments de Bernouilli.
- 1.5 Teorema central del límit, forma local i integral, per a experiments de Bernouilli. Aproximació de Poisson.
- 1.6 Esperança i probabilitat condicionada respecte d'una àlgebra.
- 1.7 El passeig aleatori. Probabilitat de ruina i durada mitjana del joc.  
El principi de reflexió i la llei de l'arcsinus.
- 1.8 Martingales. Algunes aplicacions al passeig aleatori.
- 1.9 Cadenes de Markov. Teorema ergòdic i propietat forta de Markov.

Capítol 2. Fonamentació Matemàtica de la Teoria de la Probabilitat.

- 2.1 Model probabilístic d'un experiment amb un nombre finit de resultats.  
Axiomes de Kolmogorov.
- 2.2 Àlgebres i  $\sigma$ -àlgebres. Espais mesurables. Mètodes per a introduir una mesura de Probabilitat sobre un espai mesurable.
- 2.3 Variables aleatòries. Elements aleatoris. Integral de Lebesgue.  
Esperança.
- 2.4 Esperança i Probabilitat condicionada respecte d'una  $\sigma$ -àlgebra.
- 2.5 Construcció d'un procés amb distribucions en dimensió finita donades.
- 2.6 Diferents tipus de convergència de variables aleatòries.
- 2.7 L'espai  $L^2$  de v.a.'s. Funcions característiques i sistemes gaussians.

Capítol 3. Els tres tipus de Teoremes de Límit més representatius.

- 3.1 Convergència feble de mesures de Probabilitat i distribucions.
- 3.2 Compacitat relativa i ajustament de famílies de distribucions de Probabilitat.

- 3.3 El Teorema Central del límit per a sumes de variables aleatòries independents.
- 3.4 Distribucions infinitament divisibles i estables.
- 3.5 Velocitat de convergència en el T.C.L. i en el Teorema de Poisson.
- 3.6 Lleis del 0-1.
- 3.7 Convergència de sèries.
- 3.8 La llei forta dels grans nombres.
- 3.9 La llei del logaritme iterat.

#### Capítol 4. Introducció als processos estocàstics: Cadenes de Markov i Martingales.

- 4.1 Definicions i propietats bàsiques. Cadenes de Markov amb un conjunt d'estats numerable.
- 4.2 Classificació dels estats.
- 4.3 Existència de distribucions límit i de distribucions estacionàries.
- 4.4 Definició de Martingala i conceptes relacionats.
- 4.5 Canvis de temps.
- 4.6 Desigualtats fonamentals.
- 4.7 Convergència de Submartingales i de Martingales.

#### Bibliografia:

- Billingsley, P. "Probability and Measure".
- Breiman, L. "Probability".
- Feller, W. "Introducción a la Teoría de la Probabilidad y sus aplicaciones".
- Shiryayev, A.N. "Probability".