9018

ASSIGNATURA: Ecuaciones en Derivadas Parciales.

CURS : 88-89.

PROFESSOR: A. Calsina.

PROGRAMA

1. Ecuación de ondas unidimensional.
 1.1. Deducción de la ecuación de la cuerda oscilante.
 1.2. El problema de valor inicial.
 1.3. La fórmula de D'Alembert. Ecuación integral y soluciones generalizadas. Propagación de singularidades. Líneas características. Zonas de dependencia y de influencia.
 1.4. La ecuación de ondas en un segmento acotado. Condiciones de contorno de extremo libre y de extremo fijo. Método de prolongación.
 1.5. Separación de variables. Principio de superposición. Series de Fourier.
2. Ecuación de ondas en dimensión superior.
 2.1. La ecuación de ondas en dimensión 2 y 3: las oscilaciones de membranas, de volúmenes, la propagación del sonido y de la luz.
 2.2. El problema de valor inicial en R^3. Medias esféricas. El principio de Huyghens. El método del descenso de Hadamard para el problema plano.
 2.3. Ecuación de ondas en dominios acotados: el método de Fourier o de separación de variables. Teoremas sobre la infinidad de los valores propios y sobre la completitud de las funciones propias.
 2.4. Algunos casos importantes: la membrana rectangular y la membrana circular.
3. Ecuación del calor.
 3.1. Deducción de la ecuación del calor.
 3.2. El problema de valor inicial y de contorno para la ecuación del calor en un segmento finito y en dominios acotados del plano y del espacio.
 3.3. El principio del máximo. Teorema de unicidad.
 3.4. El método de Fourier para la ecuación del calor en un segmento. Regularidad de las soluciones.
 3.5. La ecuación del calor en la recta, el plano y el espacio: la fórmula de Poisson. Unicidad y regularidad.
 3.6. El método de Fourier para dominios acotados en dimensión superior a uno.
4. Ecuación del potencial.
 4.1. Campo creado por una distribución espacial de masa. Función potencial y campo solenoidal: ecuación de Laplace en el exterior de las masas.
 4.2. Ecuación de Laplace para soluciones estacionarias de las ecuaciones de ondas, del calor, movimiento irrotacional de fluidos perfectos, etc.
 4.3. Ecuación de Poisson.

4.4. Identidades de Green y representación integral. Funciones armónicas. Propiedades de regularidad, teorema del valor medio, principio del máximo.
4.5. Problemas de contornos interiores para la ecuación de Laplace. El problema de Neumann. Unicidad de soluciones. Ecuación de Helmholtz.
4.6. Funciones de Green. Función de Green en la esfera.
5. El problema de Dirichlet.
5.1. Existencia y unicidad de soluciones.
5.2. Potenciales de superficie. Ecuaciones integrales de Fredholm.
5.3. El principio de Dirichlet.
6. El espacio de Hilbert.
6.1. Espacio de Hilbert: norma y completitud. Espacios de Hilbert (ejemplos). El espacio $L^2(\Omega)$.
6.2. Operadores acotados.
6.3. Teorema de la proyección sobre un convexo cerrado. Teorema de la proyección sobre un subespacio cerrado. Descomposición ortogonal.
6.4. Dual de un espacio de Hilbert. Teorema de representación de Riesz–Fréchet.
6.5. Teorema de la aplicación abierta.
6.6. Base ortonormal.
7. Espacios de Sobolev.
7.1. Núcleos de mediación y particiones de la unidad.
7.2. Derivadas generalizadas en $L^2(\Omega)$.
7.3. Espacios de Sobolev. Completitud.
7.4. Densidad de $C^k(\bar{\Omega})$ en $H^k(\Omega)$: operadores de prolongación.
7.5. Lema de Sobolev.
7.6. Lema de Rellich.
7.7. El espacio $H_0^1(\Omega)$. Desigualdad de Poincaré.
8. El problema de Dirichlet en $L^2(\Omega)$.
8.1. Soluciones débiles de los problemas de Poisson con condiciones de Dirichlet, Neumann, etc.
8.2. Problema débil de Dirichlet para ecuaciones elípticas con coeficientes regulares.
8.3. Regularidad en el interior de las soluciones del problema de Dirichlet.
8.4. Regularidad en la frontera.
8.5. Recuperación de las soluciones clásicas.
8.6. Formulación variacional y principio de Dirichlet.
9. Operadores lineales en un espacio de Hilbert.
9.1. Operadores lineales densamente definidos.
9.2. Operadores compactos. Operadores integrales.
9.3. Adjunto de un operador en un espacio de Hilbert. Operadores simétricos y operadores autoadjuntos.
9.4. Operadores cerrados. Teorema de la gráfica cerrada.
9.5. Espectro de un operador. Operador resolvente.
9.6. Espectro de un operador compacto. Teoría de Riesz–Fredholm. Ecuaciones integrales de Fredholm.
9.7. Desarrollo en serie de funciones propias de operadores autoadjuntos.

9.8. El operador de Dirichlet.

10. Ecuaciones de evolución.

10.1. El problema de valor inicial en un espacio de Hilbert.

10.2. El problema de valor inicial para un operador lineal acotado.

10.3. el problema de valor inicial para un operador autoadjunto con resolvente compacto.

10.4. La ecuación del calor en un dominio acotado: existencia y unicidad, regularidad.

10.5. El teorema de Hille–Yosida.

10.6. La ecuación de ondas.

11. El teorema de Cauchy–Kovalevskaya.

11.1 El problema de Cauchy para una ecuación lineal de segundo orden. El método del desarrollo en serie de potencias. Concepto de superficie característica.

11.2 el teorema de Cauchy–Kovalevskaya para ecuaciones lineales de segundo orden.

11.3. Clasificación de las ecuaciones lineales de segundo orden.

11.4. El teorema de Cauchy–Kovalevskaya para ecuaciones no lineales. Concepto de problema característico.