



1001

-1-

UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA  
SECCIÓ DE MATEMÀTIQUES  
BELLATERRA (BARCELONA)

PROGRAMA D'ANÀLISI MATEMÀTIC I

PRIMERA PART: CONTINUITAT.

Els nombres reals. Notacions de la teoria de conjunts. Repàs dels nombres racionals. Necessitat de  $\mathbb{R}$ . Els dotze primers axiomes. Axioma de completitud. Propietats dels nombres reals.

Successions de nombres reals. Successions convergents i successions de Cauchy. Successions monòtones. Expressió decimal dels nombres reals. Successions a  $\mathbb{R}$ . El número  $e$ . Criteris de Toeplitz, de la mitjana i de Stolz. Conjunts numerables: no numerabilitat de  $\mathbb{R}$ . Límits superior i inferior d'una successió de  $\mathbb{R}$ . Successions parcials, valors d'adherència i punts d'acumulació. Teorema de Bolzano-Weierstrass.

Funcions reals d'una variable real. Continuitat d'una funció definida a un subconjunt de  $\mathbb{R}$ . Teoremes de Weierstrass i Bolzano: conseqüències. Funcions exponencial, logarítmica i potencial. Criteris de l'arrel i de la mitja geomètrica.

Generalitzacions a més dimensions. L'espai euclidià de  $n$  dimensions. Topologia dels subconjunts de  $\mathbb{R}^n$ . Funcions contínues. Límits de funcions, límits laterals. Conjunts compactes, conjunts connexos. Límits infinits de funcions reals. Discontinuitats de les funcions reals. Funcions monòtones. Breus nocions d'espais mètrics abstractes.

SEGONA PART: CALCUL DIFERENCIAL.

Funcions diferenciables d'una variable. Definició de derivada. Càlcul de derivades. noció de diferencial. Teoremes de Rolle, del valor mig i del valor mig generalitzat. Aplicacions al creixement i decreixement d'una funció i als extrems relatius. Teorema dels valors intermitjós de les derivades. Teoremes



UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA  
SECCIÓ DE MATEMÀTIQUES  
BELLATERRA (BARCELONA)

de L'Hospital.

Derivades d'ordre superior i fórmula de Taylor. Fórmula generalitzada de Cauchy. Aproximació polinòmica. Fórmula de Taylor i sèrie de Taylor. Notació de Landau. Aplicacions de la fórmula de Taylor: punts d'inflexió. Funcions convexes. Representació gràfica de funcions.

Sèries. Sèries numèriques reals i complexes. Convergència absoluta. Sèries de nombres reals positius: criteris de convergència. Comutació de les sèries absolutament convergents. Sèries de termes arbitraris: criteris de convergència.

Convergència uniforme i sèries de potències. Convergència puntual i uniforme. Successions i sèries de funcions. Sèries de potències. Funció exponencial complexa i funcions trigonomètriques. Exemple de funció contínua no derivable a cap punt i corba de Peano. Teorema d'aproximació polinomial de Weierstrass.

#### TERCERA PART: CALCUL INTEGRAL

La integral. La integral de Riemann per a funcions d'una variable real. Propietats algebraïques de la integral. Funcions integrables. Teoremes fonamentals del Càlcul Integral. Teoremes del valor mitjà per a integrals. Convergència uniforme i integració. Integrals dependents de paràmetres. Funcions primitives. Integració per parts i canvi de variable. Alguns mètodes de integració elemental.

Integrals impròpies. Definició de integral impròpia, criteris de convergència. Relació amb sèries. Integral impròpia dependents de paràmetres. La funció  $\Gamma$  de Euler. Fórmula de Stirling.



UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA  
SECCIÓ DE MATEMÀTIQUES  
BELLATERRA (BARCELONA)

Aplicacions de la integral. Corbes i arcs a  $\mathbb{R}^3$ . Longituds de corbes. Àrees i volums d'alguns cossos senzills.

QUARTA PART: FONAMENTS.

Construcció del nombres reals. Construcció de  $\mathbb{R}$  a partir de successions de Cauchy de racionals. Unicitat del cos real.

#### BIBLIOGRAFIA

1. W. RUDIN "Principles of Mathematical Analysis". Third Edition. McGraw-Hill, 1976 (té problemes)
2. N. NIKOLSKY "A Course of Mathematical Analysis" Tomo 1, Mir Publishers 1975 (sense problemes)
- 3 R: BARTLE , D: SHERBERT: "Introducción al Análisis Matemático de una variable". Ed. Limusa 1984. (té pro.)
- 4 T.M. APOSTOL " Análisis Matemático" 2 edición, Ed. Reverté (té pro.)

De lectura i consulta:

- 5 SPIVAK "Calculus Tomos 1 i 2 . Ed. Reverté (té pro.)
6. P. TANIGUCHY , G. BAYONAS "Problemas de Cálculo Infinitesimal".

#### OBJECTIUS BASICS DEL CURS

A) Tenir molt clars els conceptes bàsics: suprem, successions, límits, continuïtat, oberts tancats, derivabilitat, series, integrabilitat i convergència uniforme.



UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA  
SECCIÓ DE MATEMÀTIQUES  
BELLATERRA (BARCELONA)

B) Saber calcular a la pràctica, límits, derivades, integrals, convergència de series.

C) Saber plantejar i resoldre els problemes, molt intuitius a priori, que es presenten amb funcions d'una variable real.

D) Saber minorar, majorar i comparar ordres de funcions reals.

Professor: J. José Carmona  
curs : 1<sup>er</sup> Matemàtiques  
Vist i plau, ~~J. José Carmona~~

Signat: Julià Cufí

Cap. de Departament

Data: 4-II-86

