

ANÀLISI COMPLEXA

1. Nombres complexos (2 h.)

El cos dels nombres complexos. La funció exponencial complexa. Mòdul i argument d'un número complex. Arrels enèsimes. El pla completat \mathbb{C}_∞ . L'esfera de Riemann. La projecció estereogràfica i la distància a \mathbb{C}_∞ .

2. Funcions holomorfes (4 h.)

Funcions holomorfes. Condicions de Cauchy-Riemann. Propietats algebraiques. Sèries de potències. Derivació d'una sèrie de potències. Criteris de convergència d'Abel i Dirichlet.

3. Transformacions elementals (4 h.)

Funció logaritme. Determinacions holomorfes de l'argument, del logaritme. El concepte d'aplicació conforme. Transformacions homogràfiques. Raó doble de quatre punts a \mathbb{C}_∞ , propietats. Principi de simetria i d'orientació.

4. Teoria local de Cauchy (6 h.)

Integral curvilínia. Càlcul mitjançant primitives. Teorema de Cauchy-Goursat. Teorema de Cauchy per a un disc. Índex d'un punt respecte a un camí tancat. Fórmula integral de Cauchy. Concepte de funció analítica. Analicitat de les funcions holomorfes. Zeros de les funcions analítiques. Principi de prolongació. Propietat de la mitjana. Desigualtats de Cauchy. Teorema de Liouville. Teorema de Morera.

5. Teorema de Cauchy (6 h.)

Cadenes i cicles. Fórmula integral de Cauchy. Teorema de Cauchy. Derivació sota el signe d'integració. Homologia i homotopia. Dominis simplement connexos. Existència de primitives i de determinacions. Principi de l'argument. Comportament local d'una funció holomorfa.

6. Singularitats i residus (6 h.)

Singularitats aïllades d'una funció holomorfa. Sèries de Laurent. Funcions meromorfes. Funcions racionals. Teorema dels residus. Principi de l'argument. Teorema de Rouché. Zeros de polinomis. Càlcul de residus. Càlcul d'integrals.

7. Convergència de funcions analítiques (3 h.)

Espais de funcions holomorfes. Teorema de Weierstrass. Teorema de Hurwitz. Conjunts equicontinus. Conjunts normals. Teorema de Montel. Teorema de Mittag-Leffler a \mathbb{C} .

8. Representació conforme (5 h.)

Lema de Schwarz. Automorfismes del disc unitat. Automorfismes de \mathbb{C} i de \mathbb{C}_∞ . Teorema de Riemann. Principi de reflexió de Schwarz. Fórmules de Schwarz-Cristoffel.

Bibliografia

J.B. Conway, *Functions of one complex variable*, second edition, graduate texts in Mathematics 11, Springer Verlag 1986 (llibre principal de consulta).
L.V. Ahlfors, *Complex analysis*, third edition, McGraw-hill 1979.
W. Rudin, *Análisis Real y complejo*, Ed. alhambra 1985.
S. Saks and A. Zygmund, *Analytic functions*, third edition, Elsevier Publishing Company, 1971.