

ANÀLISI REAL

1. Espais de Banach. Espais funcionals (10 h.)

Repàs de la teoria d'integració de Lebesgue.

Els espais funcionals de Lebesgue: desigualtats de Holder i de Minkowski. Convolucions. Teoremes de densitat.

L'espai de les funcions contínues en un compacte. Teorema de Stone-Weierstrass.

Normes equivalents. Espais normats de dimensió finita. Teorema de Riesz.

Dual d'un espai de Banach. Sèries de Neumann. L'equació integral de Volterra.

2. Espais de Hilbert (6 h.)

Producte hermitic, desigualtats de Cauchy-Schwarz. Ortogonalitat, identitats.

El teorema de la projecció ortogonal. Us de la dualitat.

Sistemes ortogonals totals. Desigualtat de Bessel, identitat de Parseval. Procés d'ortonormalització de Gram-Schmidt.

Sèries de Fourier de funcions periòdiques de quadrat integrable.

3. Anàlisi de Fourier (8 h.)

La transformació de Fourier, cas discret i continu. Propietats.

El teorema d'unicitat. La cotransformació de Fourier. L'origen de la qüestió: el problema de la corda vibrant. Anàlisi i síntesi. Codificació. Principi d'incertesa.

Us de la transformació de Fourier en la resolució d'equacions. Taules.

Alguns criteris de convergència puntual. Principi de localització de Riemann.

4. Teoria espectral elemental (10 h.)

Operadors entre espais, operadors integrals. Nocions generals.

Operadors compactes i autoadjunts en un espai de Hilbert. Teorema espectral de Riesz.

Alternativa de Fredholm.

El problema de Dirichlet, origen de l'Anàlisi Funcional.

El problema de Sturm-Liouville.

Bibliografia

N. Young, *An introduction to Hilbert space*, Cambridge Mathematical Textbooks, 1988.

Gohberg and S. Goldberg, *Basic operator theory, I*, Birkhauser 1981.

A. Torchinsky, *Real variables*, Addison-Wesley, 1988.

W. Rudin, *Anàlisis real y complejo*, Alhambra, 1985