

ÀLGEBRA III

1. Conceptes bàsics de teoria d'anells (3 h.)

Definició d'anell i ideal. Exemples. Anell quocient. Morfismes d'anells.
 Ideals maximals i ideals primers.
 Dominis d'integritat. Cos de fraccions d'un domini.

2. Divisibilitat i factorització (9 h.)

Divisors i múltiples. Elements irreductibles i primers. Exemples. M.c.d. i m.c.m.
 Dominis euclidians (DE) i dominis d'ideals principals (DIP).
 M.c.d. i m.c.m. en un DE i en un DIP.
 Dominis de factorització única (DFU). Divisibilitat en un DFU.

3. Mòduls (9 h.)

Definició de mòdul, exemples i primeres propietats. Submòduls. Submòduls generats per un subconjunt finit d'elements. Morfismes. Suma directa.
 Mòduls lliures. Morfismes entre mòduls lliures i matrius.

4. Classificació de mòduls sobre un DIP (6 h.)

Mòduls lliures sobre un DIP.
 Canvis elementals en matrius. Reducció d'una matriu segons els factors invariants sobre un DE i sobre un DIP. Exemples.
 Classificació d'un mòdul finitament generat sobre un DIP segons els factors invariants i els divisors elementals.
 Exemples: Grups abelians finitament generats i endomorfismes d'espais vectorials.

5. Producte tensorial (9 h.)

Producte tensorial de mòduls sobre un anell commutatiu. Propietat universal del producte tensorial.
 Producte tensorial d'espais vectorials. Bases.
 Producte tensorial de K -àlgebres.
 Àlgebra tensorial. Àlgebra exterior: bases i formes multilineals alternades.

Bibliografia

- L. Grove, *Algebra*, Academic Press 1983.
 B. Hartley-T. Hawkes, *Rings, modules and linear algebra*, Chapman and Hall 1976.
 N. Jacobson, *Basic algebra II*, WH Freeman Company.