

AMPLIACIO D'ANALISI COMPLEXA

1. Productes infinits (7 h.)

- 1.1. Productes infinits de nombres complexos. Relació amb sèries. Convergència absoluta. Productes infinits. Derivada logarítmica.
- 1.2. Factors elementals de Weierstrass. Existència de funcions enteres amb zeros prefixats. Teorema de factorització de Weierstrass.
- 1.3. Existència de funcions holomorfes amb zeros prefixats. Aplicacions: funcions meromorfes.
- 1.4 El Teorema de Mittag-Leffler a \mathbb{C} . Exemples.

2. La funció Gamma d'Euler (4 h.)

- 2.1. La funció Gamma. La constant d'Euler. Fórmula de Gauss. Equació funcional. Residus de la Gamma.
- 2.2. Teorema de Borh-Mollerup. Aplicacions: representació integral.
- 2.3. La fórmula de Stirling.

3. Funcions harmòniques (6 h.)

- 3.1. Funcions harmòniques. La propietat de la mitjana. Principi del màxim.
- 3.2. Conjugada d'una funció harmònica. Caracterització dels dominis simplement connexos.
- 3.3. Nucli de Poisson. Problema de Dirichlet. La seva resolució al disc.
- 3.4. La fórmula de Jensen. La fórmula de Poisson-Jensen. Zeros d'una funció holomorfa i acotada al disc unitat.

4. Funcions enteres (4 h.)

- 4.1. L'ordre d'una funció entera. Propietats algèbriques de l'ordre. Relació amb la derivada.
- 4.2. L'exponent de convergència dels zeros i el gènere d'una funció enter. Ordre d'un producte canònic. Ordre d'una funció de gènere finit.
- 4.3. Teorema de Hadamard. Conseqüències.

5. Teoremes de Picard (6 h.)

- 5.1. Teorema de Bloch. Teorema de Landau.
- 5.2. Funcions que omiteixen els valors 0 i 1. Teorema petit de Picard.
- 5.3. Teorema de Schottky.
- 5.4. Espais de funcions meromorfes. Completitud d'aquest espai. Teorema de Montel.
- 5.5 Teorema gran de Picard. Conseqüències.

Bibliografia

- J.B. Conway, *Functions of one complex variable*, second edition, Graduate text in Mathematics 11, Springer Verlag 1986 (llibre principal de consulta).
- L.V. Ahlfors, *Complex Analysis*, third edition, McGraw-Hill 1979.
- W. Rudin, *Análisis Real y Complejo*, Ed. Alhambra 1985.
- S. Saks and A. Zygmund, *Analytic Functions*, third edition, Elsevier Publishing Company, 1971.