

# Modelització Ambiental

## Professor

Joan Torregrosa Arús, Despatx: C1-504

Horari de consulta: Dimecres, 16:30-18:30

---

## Temari

### 1.INTRODUCCIÓ

Els models matemàtics. Models deterministes i aleatoris. Models discrets i equacions diferencials.

### 2.MODELS DISCRETS

- a. Dinàmica de poblacions. El model de Verhulst.
- b. El model discret general. Punts d'equilibri. Estabilitat. Dependència en paràmetres. Bifurcació. Caos. Comportament asimptòtic. Efecte de la captura i de les migracions.
- c. Models discrets amb memòria. El cas lineal: equacions lineals en diferències. El cas no lineal: punts d'equilibri i la seva estabilitat.
- d. Models discrets amb dos o més tipus de poblacions interactuant.

### 3.MODELS CONTINUS

- a. Equació logística. Equacions diferencials autònomes de primer ordre. Punts d'equilibri. Estabilitat. Dependència en paràmetres. Bifurcació.
- b. Models d'interacció entre poblacions. Sistemes d'equacions diferencials autònomes de primer ordre. El camp vectorial. El retrat de fase.
- c. Els sistemes lineals autònoms de dues equacions lineals. Centres, focus, selles i nodes.
- d. El sistema de Lotka-Volterra modelant la interacció presa-depredador. Sistemes integrables.
- e. Punts d'equilibri i el seu tipus en base a la part lineal del sistema. Teorema de Bendixson-Poincaré. Òrbites periòdiques. Funcions de Liapunov.

## Bibliografia

- M. Braun  
Ecuaciones Diferenciales y sus aplicaciones,  
Grupo Editorial Iberoamericano, México, 1990.
- J.D. Murray  
Mathematical Biology,  
Springer-Verlag, 1993.
- C. Perelló  
Càlcul Infinitesimal,  
Biblioteca Universitària, Enciclopèdia Catalana, Barcelona, 1994.
- M. W. Hirsch i S. Smale  
Ecuaciones diferenciales, sistemas dinámicos y álgebra lineal,  
Alianza Editorial, Madrid, 1983.
- J. Hofbauer i K. Sigmund  
The theory of Evolution and Dynamical Systems,  
London Math. Society, Student Texts 7, Cambridge 1988.
- W. Szlenk  
Matemáticas aplicadas a la Ecología,  
Centro de Invest. y de Est. Avanz. del IPN, Michoacan, Mejiro, 1987