

## Presentació i Objectius de l'assignatura

Es treballarà el concepte de conjunt límit per a un sistema dinàmic. S'estudiaran amb detall alguns tipus d'equacions diferencials que apareixen a la modelització matemàtica. Per exemple models depredador-presa, equacions de Liénard, tenint en compte el número d'orbites periòdiques que poden tenir. També es consideraran alguns models d'equacions diferencials a  $\mathbf{R}^3$  o  $\mathbf{R}^4$  que presenten solucions caòtiques. Es treballarà el concepte de sistema dinàmic en evolució. S'introduirà el important concepte de bifurcació, relacionant, en els casos en que sigui possible, l'aparició d'una bifurcació, amb el canvi *observable* de comportament del sistema real que l'equació diferencial o el sistema dinàmic discret modela. S'estudiara el problema de dos cossos (per exemple el problema Sol-Terra) i algun altre model senzill de Mecànica Celest.

S'utilitzarà el programa *Dynamics Solver* per a simular sistemes dinàmics continus i discrets

## Coneixements matemàtics previs

Els continguts de les assignatures: Anàlisi I, Anàlisi II, Matemàtica Aplicada, Equacions Diferencials. També seria aconsellable haver seguit l'assignatura Sistemes Dinàmics (si no s'ha seguit per alguns estudiants es tindrà en compte a l'hora de fer les classes.)

## Programa

1. Teoria qualitativa de les equacions diferencials. Conjunts límit d'un sistema dinàmic. Punts critics hiperbòlics i no hiperbòlics. Existència, estabilitat i nombre d'orbites periòdiques; el cas d'equacions diferencials al pla. Altres conjunts límit. Sistemes caòtics i atractors estranys.
2. Teoria de bifurcacions. Bifurcacions de codimensió 1 a la recta i al pla per a equacions diferencials. Bifurcacions per a sistemes dinàmics discrets. Formes normals. Demostració del Teorema d'Andronov-Hopf.
3. Introducció als sistemes Hamiltonians. Problema de dos cossos. Sistemes Hamiltonians. Integrabilitat. Altres problemes a Mecànica Celest. Teorema de recurrència de Poincaré.

## Bibliografia

### Bibliografia bàsica

R. GRIMSHAW,. *Nonlinear Ordinary Differential Equations*,. Backwell Scientific Publications, Oxford , London, Edinburgh, 1990.

J. GUCKENHEIMER, P. HOLMES,. *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields*,. Springer-Verlag, 1993.

J. HALE, H. KOCAK,. *Dynamics and Bifurcations*,. Springer-Verlag 1991.

L. PERKO,. *Differential Equations and Dynamical systems*,. Springer-Verlag, 1996.

### Bibliografia complementària

V. I. ARNOLD,. *Equations différentielles ordinaires*,. MIR, 1974.

V. I. ARNOLD,. *Chapitres supplémentaires de la théorie des équations différentielles ordinaires*,. MIR, Moscow 1980.

V. I. ARNOLD,. *Mecánica clásica. Métodos matemáticos*,. Paraninfo, 1983.

S. LEFSCHETZ,. *Differential equations: Geometric theory*,. Dover Pub., New York, 1977.

J.D. MURRAY,. *Mathematical Biology*,. Springer Verlag 1989

J. SOTOMAYOR,. ‘Curvas definidas por equações diferenciais no plano,. 13 Coloquio Bras. Math., Publ. IMPA, Rio de Janeiro, 1981.

## Professors

Armengol Gasull

## Avaluació

Examen i participació en la classe de Problemes.