

20326

Tipus: Optativa

Topologia algebraica

Crèdits: 7.5

Curs 2000-2001

## Presentació i Objectius de l'assignatura

Objectiu general:

Descriure diverses propietats de les varietats topològiques fent servir l'homologia singular i la cohomologia.

Objectius específics:

- Definir el concepte d'orientabilitat d'una varietat topològica.
- Descriure i utilitzar els productes d'homologia i cohomologia.
- Demostrar els teoremes de dualitat per a varietats orientables.
- Definir la signatura d'una varietat compacta orientable.
- Demostrar diversos resultats clàssics de la topologia algebraica.

Comentaris sobre l'assignatura:

En aquest curs s'estudien les varietats topològiques, fent èmfasi en la utilitat de l'homologia singular i la cohomologia. Alhora, es presenta una part molt substancial de la topologia algebraica de mitjans del segle vint. Tot el curs gira a l'entorn del teorema de dualitat de Poincaré: els conceptes que hi intervenen, moltes conseqüències d'aquest teorema i un mètode per demostrar-lo.

## Coneixements matemàtics previs

Cal haver cursat l'assignatura d'Homologia per poder seguir bé aquesta assignatura de Topologia Algebraica. Tanmateix, el curs comença amb un breu repàs d'homologia singular i cohomologia, amb alguns exemples de càlcul que serviran d'il·lustració per als teoremes de dualitat.

## Programa

### 1. Varietats topològiques.

Varietats amb vora i sense vora. Orientacions locals. El fibrat d'orientacions. Varietats orientables. Classe fonamental.

### 2. Teoremes de dualitat a les varietats.

Productes d'homologia i cohomologia. Dualitat de Poincaré a les varietats orientables. Dualitat de Lefschetz a les varietats orientables amb vora. Signatura. Teorema de Thom. Dualitat d'Alexander. Retractes d'entorns absoluts (ANRs). Immersions a  $\mathbb{R}^n$ .

### 3. Ampliació de coneixements.

S'ofereixen diverses continuacions opcionals: cohomologia de Rham; cobordisme i gèneres; teoremes de punts fixos; teoria de Morse.

## Bibliografia

R. Bott, L. W. Tu *Differential Forms in Algebraic Topology* Graduate Texts in Math. vol. 82, Springer-Verlag, New York, 1982.

G. E. Bredon *Topology and Geometry* Graduate Texts in Math. vol. 139, Springer-Verlag, New York, 1993.

M. J. Greenberg, J. R. Harper *Algebraic Topology. A First Course* Math. Lecture Note Ser. vol. 58, Benjamin/Cummings, Reading, 1981.

R. M. Switzer *Algebraic Topology -Homotopy and Homology* Grund. math. Wiss. Einz. Band 212, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1975.

J. W. Vick *Homology Theory. An Introduction to Algebraic Topology* 1a. edició: Academic Press, New York, 1973; 2a. edició: Graduate Texts in Math. vol. 145, Springer-Verlag, New York, 1994.

## Professors

Carles Casacuberta (teoria), despatx C1/206.

Gemma Bastardas (problemes), despatx C1/-132.

## Avaluació

Es lliuraran solucions d'exercicis durant el curs i es farà una prova escrita al final, amb contingut teòric i pràctic. La qualificació de l'assignatura es basarà en un 25% en els exercicis i en un 75% en la prova escrita.