

Presentació i Objectius de l'assignatura

L'assignatura d'Ampliació d'Anàlisi Complexa complementa els continguts de l'assignatura d'Anàlisi Complexa de tercer curs. Es pretén que al final del curs s'hagi aprofundit en conceptes bàsics de l'Anàlisi Matemàtica de funcions d'una variable complexa com són les propietats bàsiques de les funcions harmòniques i les seves relacions amb les funcions holomorfes així com l'estudi dels zeros de determinades funcions analítiques.

Coneixements matemàtics previs

Els alumnes que desitgin fer aquesta assignatura, com a mínim han d'haver cursat l'assignatura d'Anàlisi Complexa de tercer curs. És interessant que es faci simultàniament amb l'assignatura d'Equacions en Derivades Parcials.

Programa

1. Productes infinitos

Introducció. Productes infinitos de nombres complexos. Convergència absoluta. Convergència uniforme sobre compactes de funcions holomorfes. Factors de Weierstrass. Factorització d'una funció entera. Exemples. Existència de funcions holomorfes amb zeros prefixats. Teorema de Mittag-Leffler.

2. Funcions harmòniques. El problema de Dirichlet.

Propietats bàsiques de les funcions harmòniques. Propietat de la mitjana. Principi del màxim. Conjugada d'una funció harmònica. Caracterització dels dominis simplement connexos. Principi de reflexió per a funcions harmòniques. Funcions subharmòniques i superharmòniques. Propietats. Famílies de Perron. Funció de Green. Problema de Dirichlet. Nucli de Poisson. Fórmula de Jensen. Fórmula de Poisson-Jensen. Productes de Blaschke. Zeros de funcions holomorfes i acotades al disc unitat.

3. La transformació de Schwarz-Christoffel.

Representació conforme sobre dominis limitats per polígons. Computació numèrica de la transformació de Schwarz-Christoffel. Mètode de Trefethen. Aplicacions a la hidrodinàmica i a l'electrostàtica.

4. El rang d'una funció analítica.

Grandària de la imatge del disc unitat sota una funció analítica. Teorema de Bloch. Funcions que omiteixen els valors 0 i 1. Teorema petit de Picard. Teorema de Schottky. Teorema gran de Picard.

Bibliografia

Bibliografia bàsica

L.V. Ahlfors. *Complex Analysis*. McGraw-Hill, 1979

J.B. Conway. *Functions of one complex variable*. Graduate texts in Mathematics 11, Springer-Verlag, 1986

W. Rudin. *Análisis real y Complejo*. Alhambra, 1985

Bibliografia complementària

Ll. Trefethen. *Numerical computation of the Schwarz-Christoffel transformation*. Siam J. Stat. Comput. 1, (1980) 82–102.

Ll. Trefethen. *SCPACK user's guide*. <http://netlib.bell-labs.com/netlib/conformal/index.html>

S. Saks, A. Zygmund *Analytic functions*, 3 ed. Elsevier Publishing Company, 1971

Professors

Juan J. Donaire, C1-328

Avaluació

La qualificació final s'obtindrà fent una mitja ponderada entre la nota de l'examen final, la nota de la classe de problemes i la nota obtinguda en la presentació i exposició d'un treball sobre un tema relacionat amb l'assignatura.