

---

27989

Càcul infinitesimal

Tipus: Obligatòria

Crèdits: 15

Curs 2001-2002

## Presentació i Objectius de l'assignatura

El primer objectiu d'aquest curs és que l'alumne assoleixi una idea intuïtiva clara del conjunt de nombres reals i de les seves propietats. Després, i com objectiu fonamental pretenem que l'alumne comprengui la noció de pas al límit, tant de successions com de funcions. Això suposa que l'alumne haurà de entendre bé aquesta noció i a més haurà de calcular límits més o menys elementals. Finalment l'alumne haurà de comprendre les nocions bàsiques de l'anàlisi de funcions d'una variable: continuïtat, derivabilitat i integrabilitat. Així mateix haurà de conèixer els teoremes clàssics sobre aquestes qüestions (Bolzano, valor mig, l'Hopital, Taylor, Teorema fonamental del Càcul ...) i aprendre a utilitzar-los.

## Programa

### 1. Introducció intuïtiva a les nocions de límit i derivada

Representació gràfica de funcions. Noció intuïtiva de límit d'una funció en un punt i en el infinit. Creixement d'una funció en un punt, màxims i mínims relatius. Funcions exponencial i logarítmica. Funcions trigonomètriques. Successions. Noció de límit d'una successió.

### 2. Nombres reals

La recta real. Axioma del suprem. Densitat dels racionals. Numerabilitat. Successions de nombres reals. Límit d'una successió. Successions de Cauchy. Subsuccessions. Successions monòtones. El Teorema de Bolzano-Wierstrass. El nombre  $e$ .

### 3. Funcions i continuïtat

Funcions reals de variable real. Límit d'una funció en un punt. Propietats algebraiques dels límits. Límits laterals i en el infinit. Continuïtat d'una funció en un punt. Funcions monòtones i les seves inverses. Teorema de Bolzano. Teorema de Wierstrass

### 4. Funcions elementals

Les funcions exponencial i logarítmica. Funcions trigonomètriques.

### 5. Derivabilitat

Definició de derivada. Interpretació geomètrica. Propietats algebraiques de la derivada. Regla de la cadena i derivada de la funció inversa. Derivades de les funcions elementals.

Extrems relatius i anul.lació de la derivada. Teoremes de Rolle i del valor mitjà. Monotonía i derivació. Regla de l'Hopital.

## **6. Convexitat**

Definició de convexitat. Derivades successives. Caracterització de la convexitat en termes de la segona derivada.

## **7. Aproximació polinòmica**

Ordre de contacte de dues funcions en un punt. El polinomi de Taylor. Caracterització de extrems relatius. Formules del reste. Noció de funció analítica.

## **8. Integral de Riemann en una variable.**

Construcció de la integral de Riemann. Funcions integrables. Propietats de la integral. Teoremas fonamentals del Càlcul Integral. Teorema del canvi de variables. Integració per parts. Sumes de Riemann. Càlcul d'àrees planes. Longituds de gràfiques, volums i àrees de revolució.

## **9. Càlcul de primitives**

Primitives elementals. Primitives de funcions racionals i trigonomètriques. Primitives de funcions irracionals

## **Bibliografia bàsica**

- M. SPIVAK, *Calculus*, Editorial Reverté. 1970.
- J. M. ORTEGA, *Introducció a l'Anàlisi Matemàtica*, Manuals de la U.A.B. 1990.
- JUAN DE BURGOS, *Cálculo infinitesimal de una variable*, Editorial McGraw-Hill. 1994.

## **Professors**

Francesc Mañosas (Teoria i Problemes): Despatx C1-308. Horari de consultes a determinar.

Juan Jesús Donaire (Teoria i Problemes): Despatx C1-328. Horari de consultes a determinar.

## **Avaluació**

El primer punt del programa s'avaluarà mitjançant exàmens setmanals. D'aquests exàmens en sortirà una nota que tindrà un pes del 10% en la nota final. Al mes de febrer hi haurà un examen que avaluarà el segon punt del programa. La nota d'aquest examen tindrà un pes del 15% en la nota final. El mes de Juny hi haurà un segon examen parcial que avaluarà la resta del programa. La nota d'aquest darrer examen tindrà un pes del 60%. El 15% restant s'obtindrà de l'avaluació d'entrega de problemes durant el curs. Independentment d'aquest procés qui ho prefereixi es podrà presentar a un examen global.