

Curs 2001-2002

## Presentació i Objectius de l'assignatura

El contingut d'aquesta assignatura és de Teoria de Galois. La Teoria de Galois constitueix un fita d'especial importància dins de la carrera de Matemàtiques. D'una banda, es discuteixen i es resolen alguns dels problemes clàssics més coneguts: la resolució d'equacions algebraïques i la impossibilitat de certes construccions amb regla i compàs. D'altra banda, en el tractament d'aquests problemes entren en acció tota una sèrie d'eines matemàtiques introduïdes en els cursos anteriors, en camps aparentment allunyats, de forma que adquireixen un nou sentit i mostren tota la seva potència.

L'estudi del problema de la resolució de les equacions algebraïques es fa a través de dos salts de abstracció, o, millor dit, dues traduccions del problema a problemes en camps aparentment diferents. El primer és la traducció al llenguatge de cossos i extensions de cossos; el segon pas, el més espectacular i a la vegada el més profund, és la traducció del problema a un problema de grups finits.

## Coneixements matemàtics previs

Els prerequisits del curs són les assignatures obligatòries d'àlgebra de la llicenciatura de matemàtiques, principalment els continguts de les assignatures Àlgebra I, Àlgebra II i Àlgebra III. És molt important entendre bé la teoria dels polinomis i també la classificació dels grups abelians finitament generats.

## Programa

1. Introducció
  - (a) Resolució d'equacions de grau 2, 3 i 4.
  - (b) El problema de la resolubilitat per radicals.
2. Cossos i extensions de cossos.
  - (a) Elements algebraïcs i elements transcendents.
  - (b) Extensions de cossos, extensions finites i cossos finits.
  - (c) Extensions simples i extensions algebraïques.
  - (d) Cos de descomposició d'una família de polinomis, existència i unicitat.
  - (e) Extensions normals.
  - (f) Cossos algebraicament tancats. Clausura algebraica.
  - (g) Extensions separables i purament inseparables. Cossos perfectes.
  - (h) Grup de Galois associat a una extensió.
  - (i) El lema de Dedekind. Extensions de Galois.

3. Un mica de teoria de grups.
  - (a) Subgrups normals, teoremes d'isomorfia.
  - (b) Grups de permutacions.
  - (c) Grups resolubles.
  - (d) Simplicitat de  $A_n$ ,  $n \geq 5$ .
  - (e) El teorema de Cauchy.
  
4. Els teoremes de Galois.
  - (a) El teorema principal de la teoria de Galois.
  - (b) El teorema de l'element primitiu. Resolubilitat d'equacions.
  - (c) Polinomis ciclotòmics. Extensions cícliques. El teorema 90 de Hilbert.
  - (d) Resolució d'equacions en característica zero.
  - (e) Irresolubilitat de la quintica general.
  - (f) Exemples d'equacions irresolubles sobre  $\mathbb{Q}$ .
  - (g) Construccions amb regle i compàs.

## Bibliografia

### Bibliografia bàsica

- J. Rotman *Galois Theory* Universitext, Springer-Verlag, 1990
- B. Garling *A course in Galois Theory* Cambridge University press, 1986
- I. Stewart *Galois Theory* Chapman and Hall, London, 1973

### Bibliografia complementària

- A. Clarck *Elementos de Àlgebra abstracta* Ed. Alhambra, 1974
- E. Artin *Galois Theory* Notre Dame, 1959
- H.M. Edwards *Galois Theory* Springer-Verlag, 1984
- E. Galois *Memòria sobre les condicions de resolubilitat de les equacions per radicals*  
Institut d'Estudis Catalans, 1984

## Avaluació

La nota s'obtindrà d'un examen final amb una part de teoria i una part de problemes.