
20330

Anàlisi Harmònica

Tipus: Optativa

Crèdits: 6

Curs 2001-2002

Presentació i Objectius de l'assignatura

Aquesta assignatura té per objectiu introduir les eines i conceptes fonamentals de l'anàlisi harmònica (sèries i integrals de Fourier, anàlisi temps-freqüència, bases d'onades, etc) i explorar alguns camps científics on s'utilitzen: probabilitats, estudi dels sistemes lineals, tractament del senyal, cristallografia, imatges mèdiques (scanners, resonàncies), compressió d'imatges i sons, etc.

Coneixements matemàtics previs

Integració de Lebesgue, nocions bàsiques de sèries, integrals de Fourier

Programa

1. Aspectes complementaris de les sèries i integrals de Fourier

Per què l'anàlisi de Fourier? Anàlisi dels sistemes invariants per translació. El problema de Dirichlet en un disc. El teorema del límit central. Operadors invariants per translació. Convolucions, multiplicadors i funció impuls. El cas d'operadors diferencials. Funcions de Green.

2. La transformació de Fourier a $L^2(\mathbb{R}^n)$ i en l'espai de Schwartz

Fórmula de Plancherel. Multiplicadors acotats. L'espai de Schwarz de les funcions ràpidament decreixents. Idea bàsica de les distribucions. Distribucions temperades. Extensió de la transformació de Fourier.

3. Del món analògic al món digital

Distribucions periòdiques. Fórmula de sumació de Poisson. Casos particulars. Identitat de Jacobi. El teorema de mostreig de Shannon. Undersampling i oversampling. Bases d'exponencials. La transformació de Fourier discreta i l'algorisme FFT

4. La transformació de Fourier i el mostreig en cristallografia i les imatges mèdiques

La transformació de Fourier en cristallografia, el problema de la fase; imatges mèdiques (TAC, ressonàncies etc), fonamentació matemàtica de la tomografia computeritzada, transformació de Radon, el món dels problemes inversos

5. Anàlisi temps-freqüència, teoria d'onades (wavelets)

Inconvenients de la transformació de Fourier. Diferents aspectes del principi d'incertesa en

Anàlisi harmònica. Principis d'incertesa de Heisenberg i de Hardy. Localització i regularitat. Altres transformacions. Transformació de Gabor. La base de Haar. Anàlisi de multiresolució i bases d'onades. Bones bases d'onades. Aplicacions de les onades als esquemes de compressió d'imatges i sons, els standards jpeg, mp3, etc

Bibliografia bàsica

- C. GASQUET, WITOMSKI, *Analyse de Fourier et applications*, Masson et Cie.
- MALLAT, *A wavelet tour in signal analysis*, Academic Press.

Bibliografia complementària

- F. NATTERER, *The mathematics of computerized tomography*, WILEY.

Professors

Joaquim Bruna

Avaluació

treballs i/o examen