

Curs 2002-2003

Presentació i Objectius de l'assignatura

La modelització consisteix en la formulació matemàtica dels fenòmens del món real amb l'objectiu de poder fer prediccions. Podem dir que en aquest procés hi ha dues etapes. En la primera s'estableix el model i en la segona, utilitzant eines matemàtiques, s'estudia el seu comportament. Partint d'hipòtesis més o menys precises sobre els factors i les lleis que regeixen un determinat fenomen, el model s'obté com a resultat de la conversió d'aquestes lleis en fórmules matemàtiques molt precises. Cal tenir present que els models matemàtics així obtinguts no són representacions exactes de la realitat sino només aproximacions d'aquesta realitat. La bondat d'un model dependrà de la seva capacitat per oferir prediccions fiables.

Una bona part dels problemes de les ciències es poden modelitzar mitjançant equacions diferencials. En aquest curs es farà una introducció a les equacions diferencials, tant ordinàries com en derivades parcials. Donat que es tractarà d'un curs introductori només es veuran casos senzills, posant èmfasi en la deducció de l'equació diferencial que regeix un determinat procés o sistema i en la seva resolució explícita. En els casos (la gran majoria) en que l'equació no es pot resoldre explícitament s'introduiran tècniques qualitatives i algunes de les tècniques numèriques més senzilles.

Coneixements matemàtics previs

És necessari haver seguit les assignatures d'Àlgebra Lineal, Càlcul I, Càlcul II, Càlcul III i Anàlisi I del pla vell. També és aconsellable haver seguit o fer-ho simultàneament l'assignatura d'Anàlisi Matemàtica II del pla nou.

En aquesta assignatura es farà referència a resultats o teories de la Física o de les ciències en general, però no se'n pressuposa més que un coneixement elemental per part de l'alumne.

Programa

1. Introducció
2. Equacions diferencials ordinàries de primer ordre
Problema de valor inicial.

Mètodes analítics de resolució: equacions separables, equacions lineals, equacions exactes, factors integrants, canvis de variable.

Mètodes qualitatiu: camps de direccions.

Mètodes numèrics: mètode d'Euler.

Aplicacions: problemes de mescles en un compartiment, models per una població.

Els teoremes fonamentals: existència, unicitat i continuïtat de solucions, aplicació al cas autònom, dependència respecte paràmetres.

Sistemes d'equacions de primer ordre i equacions d'ordre n : aplicacions.

3. Equacions lineals d'ordre n

Propietats generals de les equacions lineals d'ordre n : equacions lineals d'ordre n homogènies, no homogènies. Formulació usant operadors.

Equacions lineals d'ordre n amb coeficients constants homogènies.

Càlcul de solucions particulars d'equacions lineals no homogènies: mètode de coeficients indeterminats, mètode de variació de paràmetres.

Aplicacions: sistemes mecànics, circuits elèctrics, oscil·lacions periòdiques forçades.

Transformada de Laplace: propietats, resolució de problemes de valor inicial, funció de Heaviside, convolució, impulsos i Delta de Dirac.

Resolució per sèries: solucions en sèrie de potències a l'entorn d'un punt ordinari i d'un punt singular regular, mètode de Frobenius.

4. Sistemes d'equacions diferencials a $\mathbb{R}^2$

El retrat de fase.

Sistemes lineals amb coeficients constants: classificació, el pla traça-determinant.

Estabilitat.

Sistemes integrables: integrals primeres, sistemes conservatius, el model de Lotka-Volterra.

Sistemes no integrables: el teorema de Grobman-Hartmann, el teorema de Bendixon-Poincaré, models de competència.

Funcions de Lyapunov.

5. Equacions en derivades parcials

Equacions de primer ordre: model del tràfic a una carretera.

Equacions de segon ordre: l'equació de la corda vibrant, solució de d'Alembert. Solució per separació de variables: l'equació de la calor en una dimensió. L'equació de Laplace en dominis simètrics.

Bibliografia

Bibliografia bàsica

R. Borrelli, C. Coleman *Differential Equations* Wiley, 1998.

M. Braun *Differential Equations and Their Applications* Springer-Verlag, 1993.

Bibliografia complementària

P. Blanchard, R.L. Devaney, G.R. Hall *Ecuaciones diferenciales* International Thomson Editores, 1999.

W.E. Boyce, R.C. DiPrima *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera* Limusa, México, 1978.

R.K. Nagle, E.B. Saff *Fundamentos de ecuaciones diferenciales* Addison-Wesley, 1992

P. Puig Adam *Ecuaciones Diferenciales* Biblioteca de Matemáticas, Madrid, 1970.

G.F. Simmons *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones* McGraw-Hill, Madrid, 1993.

H.F. Weinberger *Partial Differential Equations* Dover Publications Inc., 1995.

Professors

Teoria: Regina Martínez. Despatx C1/-158. Horari de consultes: dilluns i dimecres de 18 a 19h.

Problemes i pràctiques: Silvia Cuadrado. Despatx C1/-154. Horari de consultes: dimecres d'11 a 13h.

Avaluació

L'avaluació es farà amb un examen final sobre tot el programa.