

Curs 2002-2003

Presentació i Objectius de l'assignatura

Aquest curs és continuació de l'assignatura Geometria Diferencial i pretén ser una introducció a la Geometria de les varietats diferenciables de dimensió n . En el primer capítol es presenten les nocions bàsiques de varietats diferenciables i s'estudien amb detall diferents exemples. En el segon capítol es desenvolupa el càlcul tensorial sobre varietats necessari pel curs i com aplicació es discuteix la noció d'orientabilitat i es demostra el teorema de Stokes per a varietats amb vora. En el capítol tercer s'introdueixen les nocions pròpiament geomètriques, de longitud, angle i volum, com conceptes derivats del de mètrica de Riemann. Seguidament es consideren les nocions fonamentals de connexió, curvatura i geodèsiques amb una atenció particular al cas de superfícies. El curs acaba amb el teorema de Gauss-Bonnet per a superfícies que posa en relació la geometria d'una superfície amb la seva topologia.

Coneixements matemàtics previs

És necessari haver assimilat el curs de Geometria Diferencial i tenir un bon domini de l'anàlisi de funcions de diverses variables (Anàlisi Matemàtica II i Anàlisi Vectorial). També calen coneixements bàsics d'equacions diferencials i de topologia.

Programa

1. Varietats diferenciables i subvarietats de $\mathbb{R}^n$

Varietats diferenciables. Varietats amb vora. Exemples. Subvarietats de $\mathbb{R}^n$.

Aplicacions i funcions diferenciables. Difeomorfismes. Particions de la unitat.

Espai tangent. Els vectors com derivacions. Camps vectorials. Claudàtor de Lie de camps vectorials.

2. Camps tensorials i formes diferencials

L'àlgebra tensorial i l'àlgebra exterior a $\mathbb{R}^n$ (recordatori).

Camps tensorials i formes diferencials sobre una varietat diferenciable. Diferencial exterior.

Derivada de Lie de camps tensorials.

Orientabilitat. Integració en varietats.

El teorema de Stokes per a varietats amb vora.

3. Geometria diferencial global

Varietats de Riemann. Exemples. Longitud de corbes. Angles. Element de volum. Isometries.

Transport paral·lel en una varietat de Riemann. La connexió de Levi-Civita. Connexions planes.

Geodèsiques. Geodèsiques en superfícies.

El tensor de curvatura. Curvatures seccionals. Curvatura de superfícies.

El teorema de Gauss-Bonnet.

Bibliografia

Bibliografia bàsica

Joan Girbau *Geometria diferencial i Relativitat* Publicacions de la UAB, 1993.

Manfredo P. do Carmo *Geometria diferencial de curvas y superficies* Alianza Universidad, 1990.

Manfredo P. do Carmo *Riemannian geometry* Birkhäuser, 1992.

Michael Spivak *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry* Publish or Perish Inc, 1979.

Bibliografia complementària

Carlos Currás *Geometria Diferencial* Textos docents 225, Edicions UB. 2000.

F.W. Warner *Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups* Scott-Foresman, 1971.

D. Struik *Lectures on Classical Differential Geometry* Dover, 1988.

W. Boothby *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry* Academic Press, 1986.

Professors

Teoria: Marcel Nicolau (despatx C1/336) nicolau@mat.uab.es

Problemes: Mònica Manjarín (despatx C1/-154) manjarin@mat.uab.es

Avaluació

Es valorarà la resolució d'exercicis, i es farà un examen final.