

Curs 2002-2003

Presentació i Objectius de l'assignatura

Aquesta assignatura té per objectiu introduir les eines i conceptes fonamentals de l'anàlisi harmònica (sèries i integrals de Fourier, anàlisi temps-freqüència, bases d'ondes, etc) i explorar algun dels següents camps científics on s'utilitzen: probabilitats, estudi dels sistemes lineals, tractament del senyal, cristal·lografia, imatges mèdiques (scanners, ressonàncies), compressió d'imatges i sons, etc

Coneixements matemàtics previs

Integral de Lebesgue i una introducció a las sèries i integrals de Fourier

Programa

1. Aspectes complementaris de les sèries i integrals de Fourier
Per què l'anàlisi de Fourier? Anàlisi dels sistemes invariants per translació. El problema de Dirichlet en un disc. El teorema del límit central. Operadors invariants per translació. Convolicions, multiplicadors i funció impuls. El cas d'operadors diferencials. Funcions de Green.
2. La transformació de Fourier a $L^2(\mathbb{R}^n)$ i en l'espai de Schwartz
Fórmula de Plancherel. Multiplicadors acotats. L'espai de Schwarz de les funcions ràpidament decreixents. Idea bàsica de les distribucions. Distribucions temperades. Extensió de la transformació de Fourier. Diferents aspectes del principi d'incertesa en Anàlisi harmònica. Principis d'incertesa de Heisenberg i de Hardy.
3. Del món analògic al món digital
Distribucions periòdiques. Fórmula de sumació de Poisson. Casos particulars. Identitat de Jacobi. El teorema de mostreig de Shannon. Undersampling i oversampling. Bases d'exponencials. La transformació de Fourier discreta i l'algorisme FFT
4. La transformació de Fourier i el mostreig en cristal·lografia i les imatges mèdiques
La transformació de Fourier en cristal·lografia, el problema de la fase; imatges mèdiques (TAC, ressonàncies etc), fonamentació matemàtica de la tomografia computeritzada, transformació de Radon, el món dels problemes inversos
5. Anàlisi temps-freqüència, teoria d'ondes (wavelets)
Inconvenients de la transformació de Fourier. Localització i regularitat. Altres transformacions. Transformació de Gabor. La base de Haar. Anàlisi de multiresolució i bases d'ondes. Bones bases d'ondes. Aplicacions de les ondes als esquemes de compressió d'imatges i sons, els standards jpeg, mp3, etc

Bibliografia bàsica

Bibliografia bàsica

- GASQUET, C.; WITOMSKI, *Analyse de Fourier et applications*, Masson et Cie. (hi ha una traducció a l'anglès).
- MALLAT, *A wavelet tour in signal analysis*, Academic Press.

Bibliografia complementària

- F.NATTERER, *The mathematics of computerized tomography*, WILEY.

Professors

Joan Verdera

Avaluació

Es pot aprovar fent problemes regularment durant el curs, preparant un treball per exposar a classe o presentant-se a l'examen final que serà de problemes i teoria (conceptes).