

# **GRAFOS Y COMPLEJIDAD**

**Curso 03-04**

Escola Universitària d'Informàtica de Sabadell.

## **Objetivos:**

Se pueden resumir en tres. Introducir un conjunto de herramientas formales, basadas en los grafos, para la representación y el análisis de problemas de optimización. Estudiar algunas de las propiedades básicas de los tipos principales de grafos para poderlas aplicar a la resolución de problemas prácticos. Mostrar una alternativa algorítmica rigurosa a la resolución intuitiva (y a menudo errónea) de problemas tan sencillos de enunciar como difíciles de resolver.

## **Programa de la asignatura:**

### **1. INTRODUCCIÓN Y FUNDAMENTOS (tres semanas)**

- Definiciones básicas
- Existencia de grafos para una secuencia de grados dada
  - teorema de los grados y consecuencia
  - teorema de Havel y Hakimi
- Tipos de grafos
- Subgrafo parcial, subgrafo inducido, maximal y minimal
- Grafos planos: fórmula de Euler y consecuencias
- Dos caracterizaciones de la planaridad (Whitney y Kuratowski).

### **2. ÁRBOLES, CAMINOS Y CONECTIVIDAD (tres semanas)**

- Determinar si un grafo es conexo
- Encontrar un árbol generador de coste mínimo en un graf: métodos de Kruskal y de Prim.
- Encontrar el camino de coste mínimo que une dos vértices de un grafo: métodos de Ford y de Dijkstra
- Encontrar el camino de coste mínimo entre cada par de vértices de un graf: método de Floyd.

### **3. EMPAREJAMIENTOS (dos semanas)**

- Encontrar el emparejamiento máximo en un grafo bipartido
- Determinar si un subconjunto de vértices es deficiente: teorema de Hall
- Determinar el mínimo número de vértices que cubren todas las aristas: teorema de König
- Determinar la asignación óptima de  $k$  trabajos a  $k$  personas: método húngaro
- Otros problemas relacionados: emparejamiento máximo en un grafo, emparejamiento de coste mínimo.

4. CIRCUITOS EULERIANOS Y CIRCUITOS HAMILTONIANOS (dos semanas)
  - Determinar si un grafo es euleriano: teorema de Euler
  - El problema del cartero chino
  - Determinar si un grafo es hamiltoniano
  - El problema del viajante: algoritmo de aproximación.
5. COLORACIÓN (dos semanas)
  - Coloración de los vértices
  - Cotas para el número cromático de los vértices
  - Coloración de los grafos planos
  - Coloración de las aristas
  - Cotas para el número cromático de las aristas.
6. REDES DE TRANSPORTE (dos semanas)
  - Flujo máximo en una red
  - Cadenas de aumento de flujo
  - Teorema de Ford y Fulkerson
  - Obtención del flujo máximo

### **Bibliografía:**

#### *Básica*

BASART, J.M. (1998) [1994]. Grafs: fonaments i algorismes.  
Manuals de la UAB, 13. Publicacions de la UAB. ISBN 84-490-1420-4.

COMELLAS, F. (1996). Matemàtica discreta.  
Politext 26, Edicions UPC. ISBN 84-8301-062-3.

GIBBONS, A. (1985). Algorithmic Graph Theory.  
Cambridge University Press. ISBN 0-521-24659-8.

GIMBERT, J. et al. (1998). Apropament a la teoria de grafs i als seus algorismes.  
Edicions de la Universitat de Lleida, Eines, 23. ISBN 84-89727-65-1.

GRIMALDI, R.P. (1989). Matemáticas discreta y combinatoria.  
Addison-Wesley Iberoamericana. ISBN 0-201-64406-1.

*Complementaria*

BERGE, C. (1991). Graphs.  
North-Holland. ISBN 0-444-87603-0.

CHRISTOFIDES, N. (1975). Graph Theory, an Algorithmic Approach.  
Academic Press. ISBN 0-444-97603-0.

EVEN, S. (1979). Graph Algorithms.  
Pitman Publishing Ltd. ISBN 0-914894-21-8.

McHUGH, J.A. (1990). Algorithmic Graph Theory.  
Prentice-Hall International. ISBN 0-13-019092-6.

MINIEKA, E. (1978). Optimization Algorithms for Networks and Graphs.  
Marcel Dekker, Inc. ISBN 0-8247-6642-3.

ROBERTS, F.S. (1984). Applied Combinatorics.  
Prentice-Hall. ISBN 0-13-039313-4.

WILSON, R.J. (1990). Introduction to Graph Theory.  
Longman Scientific & Technical. ISBN 0-582-44685-6.