GUIA DOCENT
de l’assignatura de
CÀLCUL INFINITESIMAL

1.- Objectius de l’assignatura.

El primer objectiu d'aquest curs és que l'alumne assoleixi una idea intuïtiva clara del conjunt de nombres reals i de les seves propietats. Després, i com a objectiu fonamental pretenem que l'alumne comprengui la noció de pas al límit, tant de successions com de funcions. Això suposa que l'alumne haurà de entendre bé aquesta noció i a més haurà de calcular límits més o menys elementals. Finalment l'alumne haurà de comprendre les nocions bàsiques de l'anàlisi de funcions d'una variable: continuïtat, derivabilitat i integrabilitat i haurà de conèixer els teoremes clàssics sobre aquestes qüestions (Bolzano, valor mig, l'Hopital, Taylor, Teorema Fonamental del Càlcul ...). Tanmateix és important que l’alumne desenvolupi estratègies per tal de plantejar i trobar solucions a problemes de modelització fent servir les eines del càlcul infinitesimal.

2.- Continguts de l’assignatura

2.1 Conjunts de números.

Els números naturals.
Els números enters.
Els números racionals i els cossos ordenats.
Els números reals i numerabilitat.
Els números complexos i trigonometria.

2.2 Successions de nombres reals.

Límit d'una successió.
Successions monòtones.
El número e.
Subsuccessions.
El Teorema de Bolzano-Wierstrass.
Successions de Cauchy.

2.3 Funcions i continuïtat.

Funcions reals de variable real.
Límit d'una funció en un punt. Propietats algebraiques dels límits.
Límits laterals i en el infinit.
Continuïtat d'una funció en un punt.
Funcions monòtones i les seves inverses.
Teorema de Bolzano. Teorema de Wierstrass.

2.4 Funcions elementals

Les funcions exponencial i logarítmica.
Funcions trigonomètriques.

2.5 Derivabilitat.

Definició de derivada. Interpretació geomètrica.
Propietats algebraiques de la derivada.
Regla de la cadena i derivada de la funció inversa.
Derivades de les funcions elementals.
Extrems relatius i anul.lació de la derivada.
Teoremes de Rolle i del valor mitjà.
Monotonia i derivació.
Regla de l'Hopital.

2.6 Convexitat.

Definició de convexitat.
Derivades successives.
Caracterització de la convexitat en termes de la segona derivada.

2.7 Aproximació polinòmica.

Ordre de contacte de dues funcions en un punt.
El polinomi de Taylor.
Caracterització de extrems relatius.
Fórmules del reste.
Noció de funció analítica.

2.8 Integral de Riemann en una variable.

Construcció de la integral de Riemann. Funcions integrables.
Propietats de la integral.
Teoremes fonamentals del Càlcul Integral.
Teorema del canvi de variable i integració per parts.
Primitives elementals.
Primitives de funcions racionals i trigonomètriques.
Primitives de funcions irracionals.
Sumes de Riemann.
Càlcul d'àrees planes. Longituds de gràfiques, volums i àrees de revolució.

3. - Destreses a adquirir

- **Destreses teòriques**

  - Entendre la noció de nombre real i la incompletitud dels racionals a recta.
  - Entendre la noció de suprem d'un conjunt, tenir clar quins subconjunts de R tenen suprem i saber fer servir els diferents criteris que tenim per tal de poder assegurar que un nombre real és el suprem d'un conjunt.
  - Entendre la noció de conjunt numerable i "l'estabilitat" de la numerabilitat respecte de operacions com la unió o el producte cartesià.
  - Entendre profundament la noció de successió convergent.
  - Entendre la noció de punt d'acumulació d'una successió.
  - Entendre les nocions de límit d'una funció en un punt, límit en el infinit i límits laterals.
  - Saber reproduir arguments del tipus epsilon-delta per tal de provar que un determinat nombre real és el límit d'una funció en un punt.
  - Entendre el concepte de funció contínua.
  - Entendre el significat geomètric de funció derivable en un punt.
  - Entendre els teoremes bàsics sobre derivació, és a dir, el Teorema de Rolle, el Teorema del valor mig i el Teorema del valor mig generalitzat.
  - Entendre què vol dir que una funció sigui convexa i tenir clar el significat geomètric de la convexitat.
  - Entendre el significat de les sumes de Riemann.
  - Entendre profundament el Teorema Fonamental del Càlcul.

- **Resolució de problemes**

  - Saber manipular desigualtats entre nombres reals.
  - Conéixer i saber utilitzar les gràfiques i les propietats de les funcions elementals.
  - Saber decidir la numerabilitat de certs conjunts.
  - Saber abordar la convergència d'una successió a través de diversos criteris com el de Cauchy, el del sandwhich, la seva possible monotonia i acotació, els criteris de l'arrel, del quocient i de Stoltz.
  - Saber calcular límits de successions elementals fent servir i tenint molt clara la "jerarquia" que existeix entre les successions n^n, n factorial, a^n i log n.

- Saber calcular els límits superior e inferior de successions.
- Tenir certa habilitat en la utilització dels teoremes de Bolzano i de Weierstrass.
- Saber calcular derivades de funcions.
- Saber fer servir els teoremes bàsics sobre derivació, és a dir, el Teorema de Rolle, el Teorema del valor mig i el Teorema del valor mig generalitzat.
- Saber obtenir desigualtats fent servir el Teorema del valor mig.
- Saber conjugar els teoremes de Bolzano i el Teorema de Rolle per tal de trobar el nombre de solucions d'algunes equacions.
- Saber calcular límits de funcions amb la regla de l'Hôpital.
- Saber calcular polinomis de Taylor de funcions elementals.
- Saber utilitzar el Teorema de Taylor per tal de provar certes desigualtats.
- Obtenir cotes de l'error en fer aproximacions de Taylor.
- Saber determinar si una funció és integrable.
- Calcular primitives de funcions.

- **Modelització**
    - Saber plantejar matemàticament alguns problemes "amb enunciat" no matemàtic.
    - Saber plantejar i resoldre problemes de màxims i mínims (locals o absoluts) de funcions reals d'una variable real.
    - Aprofitar les eines del Càlcul Integral per tal de resoldre problemes relacionats amb el càlcul d'àrees, volums, etc.

4.- Metodologia de l'ensenyament.

Aquesta assignatura té tres hores a la setmana de teoria i dues hores de problemes. S'aconsella que els alumnes es mirin la teoria abans d'anar a classe, ja que disposaran d'uns apunts elaborats pels professors amb aquest objectiu.
Es pretén que l'alumne entengui les demostracions dels resultats que es presenten a classe. La comprensió dels resultats teòrics i de les tècniques utilitzades a les demostracions donen la base per poder resoldre problemes.
Les classes de problemes es fan en grups reduïts per tal d'afavorir la participació dels estudiants. És molt important que els alumnes treballin a casa en la resolució dels problemes proposats pel professor. Aquests es presentaran a classe pels propis alumnes i es pretén que la solució quedi clara per a tots els estudiants.
D'altra banda, els alumnes disposaran d'unes hores de consulta al despatx dels professors de teoria i de problemes, on podran consultar dubtes, demanar pistes per a la resolució de problemes o tractar qualsevol tema relacionat amb l'assignatura.

Aquesta assignatura ha estat activada al Campus Virtual de la Universitat Autònoma de Barcelona. Conseqüentment, és propietària d'una pàgina web on els estudiants poden fer, si així ho desitgen, consultes o tutories 'on line'. Tanmateix, en aquesta pàgina es podrà trobar material que pot ser d'utilitat per a l'alumne. Així dons es recomana que s'activin els comptes de correu electrònic al SID (Servei d'Informàtica Distribuïda).

5.- Sistema d'avaluació de l'aprenentatge.

Dintre del termini fixat pels professors, els estudiants han de lliurar les solucions dels problemes que periòdicament seran proposats. Sobre aquests lliuraments, els estudiants seran entrevistats i d'aquest procés sortirà una nota (***Ent***).

Els dies 17-11-2003, 12-1-2004, 29-3-2004 i 10-5-2004 es realitzaran unes proves teòriques d'una durada d'uns 90 minuts aproximadament. El promig de les qualificacions obtingudes en aquestes proves donarà lloc a una altra nota (***Pr***).

De les notes ***Ent*** i ***Pr*** deduirem el que anomenarem la qualificació de l'avaluació continuada **(*AC*)**, la qual representarà el 25% de la nota final.

El dia 9 de Febrer de 2004 realitzarem el primer parcial de l'assignatura. Denotem per ***P1*** a la qualificació obtinguda en aquest examen.

Només en el cas ***P1*** ≥ 3, l'alumne té dret a presentar-se al segon parcial de l'assignatura, el qual se celebrarà el dia 17 de juny de 2004 i del que s'obtindrà una altra qualificació ***P2***.

Si **0.25****AC***+0.25****P1***+0.5****P2*** **≥ 5**, l'alumne ha aprovat l'assignatura.

Si ***P1*** és inferior a 3, o bé **0.25****AC***+0.25****P1***+0.5****P2*** **< 5**, l'estudiant encara té una altra oportunitat d'aprovar l'assignatura en primera convocatòria. Per tal de fer-ho haurà de realitzar un examen final el dia 2 de juliol de 2004. Si aquí s'obté una qualificació ***FJ***, es considerarà que aprova l'assignatura si

$$0.25 \cdot AC + 0.75 \cdot FJ \geq 5.$$

En cas contrari, a la convocatòria de juliol constarà a l'expedient de l'alumne la qualificació de "Suspès" o "No presentat", segons escaigui.

El dia 3 de setembre de 2004, se celebrarà un altre examen per a totes aquelles persones que no hagin aconseguit superar l'assignatura a la convocatòria de juliol. La nota d'aquest examen decidirà la qualificació a la convocatòria de setembre.

Nota important: Tot i que aquestes dates d'examen són oficials, poden patir alguna variació. Es recomana, per tant, que un mes abans de la realització de cada prova es demani la confirmació de les dates.

6.- Temps d'estudi personal que ha de dedicar un estudiant per superar l'assignatura.

	Unitats	hores per unitat	Total d'hores
Hores presencials	28 setmanes	5	140
Hores no presencials	28 setmanes	5	140
Preparació proves	4 proves	4	16
Preparació parcials	2 parcials	24	48
Realització proves	4 proves	1,5	6
Realització parcials	2 parcials	4	8
			358

7.- Referències bibliogràfiques.

- **Bibliografia bàsica.**

· Apunts de l'assignatura disponibles a la web de l'assignatura.

· **J.M. Ortega Aramburu**: *Introducció a l'Anàlisi Matemàtica*. Manuals de la U.A.B. Bellaterra, 1990.

· **M. Spivak.** *Calculus: Càlcul Infinitesimal*. Editorial Reverté. Barcelona, 1995.

- **Bibliografia complementària.**

· **M. de Guzmán** : *Problemas, conceptos y métodos del análisis matemático (vols I, II i III)*. Ed. Pirámide. Madrid, 1990.

· **C. Perelló**: *Càlcul infinitesimal : amb mètodes numèrics i aplicacions.* Biblioteca Universitària (Enciclopèdia Catalana). Barcelona, 1994.

8.- Professors implicats.

Teoria: Juan Jesús Donaire. Despatx C1/306. donaire@mat.uab.es.
Problemes: Anna Cima. Despatx C1/350. cima@mat.uab.es.