

28004 Geometria Diferencial

Tipus: Troncal

Crèdits: 7,5 (4,5 teòrics, 3 pràctics)

Curs 2003-2004

Presentació i objectius de l'assignatura

Aquest curs és una introducció als conceptes de la Geometria Diferencial, principalment a la curvatura, mitjançant corbes i superfícies de \mathbb{R}^3 . El resultat principal és el Teorema Egregi de Gauss, que demostra que la curvatura de Gauss és intrínseca.

Són objectius del curs els següents:

- Conèixer algunes corbes i superfícies clàssiques, aprendre a parametritzar-les i a escollir la parametrització o equació implícita més adient a cada problema.
- Aprendre a reconèixer el significat geomètric dels paràmetres, mitjançant imatges o realitzacions físiques de les corbes i superfícies que s'estudien. Aprendre a identificar una corba continguda en una superfície donada per una relació entre els paràmetres.
- Entendre i aprendre a calcular triedres de Frenet, curvatura i torsió de corbes de \mathbb{R}^3 . Entendre i aprendre a calcular pla tangent i vector normal a una superfície en un punt, aplicació de Gauss i primera i segona forma fonamental d'una superfície de \mathbb{R}^3 .
- Aprendre a calcular integrals de funcions sobre corbes i superfícies, com ara longituds, àrees, centres de gravetat, integrals de la curvatura.
- Entendre que la curvatura i la torsió caracteritzen una corba de \mathbb{R}^3 com a solució d'un sistema d'equacions diferencials, així com la primera i segona forma fonamental caracteritzen una superfície com a solució d'un sistema d'equacions en derivades parcials.
- Veure exemples d'isometries locals entre superfícies, i de superfícies que no poden ser localment isomètriques.
- Estudiar corbes especials dins d'una superfície: línies de curvatura, línies asimptòtiques, geodèsiques.
- Usar la derivació covariant per calcular la curvatura geodèsica d'una corba continguda en una superfície.

Coneixements matemàtics previs

Es demana coneixement de càlcul en diverses variables (derivació, integració i teorema de la funció implícita), i d'àlgebra lineal i geometria lineal. Es requereix tenir assimilats els continguts de les assignatures Anàlisi Matemàtica II i Geometria Lineal. Es convenient haver cursat les assignatures de Anàlisi Vectorial i Topologia.

Recomanacions

En la opinió del professor, aquesta assignatura és difícil d'assimilar sense l'assistència a classe i cada classe requereix com a mínim una hora d'estudi després d'haver-la escoltada.

Es molt difícil adquirir habilitat en el càlcul i en la visualització dels objectes geomètrics sense haver resolt molts exercicis. Els problemes que es fan a les classes de pràctiques cal haver-los pensat abans a casa. De manera orientativa, caldria treballar dues hores per cada hora presencial de pràctiques.

Programa

- 1. Corbes al pla i a l'espai
Corbes parametrizades i corbes definides per equacions. Longitud d'arc i paràmetre arc. Curvatura i torsió. Tiedre i fórmules de Frenet. Teorema fonamental: curvatura i torsió determinen la corba.
- 2. Teoria local de superfícies a \mathbb{R}^3
Superfícies parametrizades i superfícies definides per equacions. Pla Tangent. Primera forma fonamental. Aplicacions de Gauss i Weingarten. Segona forma fonamental. Curvatura: curvatures principals, mitjana i de Gauss.
- 3. Derivada covariant a \mathbb{R}^3
Camps vectorials i corbes integrades.
- 4. Superfícies de \mathbb{R}^3
Introducció a la geometria intrínseca: isometries. Teorema Egredi de Gauss. Símbols de Christoffel. Curvatura geodèsica. Geodèsiques.

Bibliografia bàsica

- M. DO CARMO, *Geometría Diferencial de curvas y superficies*, Alianza Universidad, 1990.
- A. LOPEZ DE LA RICA - A. DE LA VILLA CUENCA, *Geometría Diferencial*, CLAGSA, 1997.

Bibliografia complementària

- D. HILBERT - S. COHN VOSSEN, *Geometry and the imagination*, Chelsea Publishing Company, 1990.
- S. MONTIEL - A. ROS, *Curvas y superficies*, Proyecto Sur, 1997.
- J. GIRBAU, *Geometria Diferencial i Relativitat*, Manuals UAB, 10, 1993.
- D. STRUIK, *Lectures on Classical Differential Geometry*, Dover, 1988.

Avaluació

Durant el curs es faran varies proves escrites durant les classes de problemes, que comptaran un 20% . Hi haurà també examen final escrit, que tindrà un pes del 80%.

Professors

Teoria: Carmen Safont (despatx C1/112, carme.safont@uab.es)

Problemes i pràctiques: Miquel Llabrés (despatx C1/220, llabres@mat.uab.es) i Mònica Manjarin (despatx C1/-154, manjarin@mat.uab.es)