

GUIA DOCENT

de l'assignatura

d'ANÀLISI COMPLEXA

Aquesta guia docent consta de nou punts:

1. Objectius de l'assignatura.
2. Continguts de l'assignatura.
3. Destreses a adquirir.
4. Metodologia de l'ensenyament.
5. Sistema d'avaluació de l'aprenentatge.
6. Temps d'estudi personal que ha de dedicar un estudiant per superar la.
7. Coneixements matemàtics previs.
8. Bibliografia de referència.
9. Professors implicats.

1.- Objectius de l'assignatura.

- Conèixer i saber utilitzar els conceptes i resultats fonamentals de l'Anàlisi Complexa.
- Entendre amb profunditat les demostracions dels resultats més importants.

2.- Continguts de l'assignatura.

2.1 El pla complex

Aritmètica dels números complexos i representació geomètrica.

Topologia del pla complex. Funcions de variable complexa.

Les funcions elementals.

Geometria analítica i números complexos.

La representació esfèrica.

2.2 Propietats locals de les funcions analítiques

Funcions analítiques i funcions harmòniques: les equacions de Cauchy-Riemann.

Sèries de potències.

Integrals de línia complexes. El teorema local de Cauchy i la fórmula integral de Cauchy.

Conseqüències del teorema de Cauchy: desenvolupament en sèrie de potències d'una funció analítica.

Principi de prolongació analítica, zeros i pols, singularitats evitables i principi del mòdul màxim.

2.3 Dominis simplement connexos

El teorema de Cauchy. Funcions analítiques en dominis simplement connexos.

Sèries de Laurent. Singularitats aïllades.

El principi de l'argument. El teorema dels residus.

Aplicació al càlcul d'integrals definides.

2.4 Funcions harmòniques

Les funcions harmòniques com a solució de problemes de la Física.

La propietat del valor mitjà.
La fórmula de Poisson i el problema de Dirichlet.

2.5 Representació conforme

Les transformacions homogràfiques.
Transformacions conformes de dominis elementals.
El teorema de Riemann.
Representació conforme i el problema de Dirichlet. El principi de Dirichlet.
Fluxos, camps i funcions analítiques.
Representació conforme i hidrodinàmica.

3. - Destreses a adquirir

- Operacions amb números complexos. Representació amb mòdul i argument. Càlcul d'arrels n-èsimes.
- Operacions amb exponencials i logaritmes complexos.
- Dominar els conceptes de determinació de l'argument i del logaritme en un domini o bé al llarg d'un camí. Saber comptar el nombre de voltes d'un camí respecte d'un punt.
- Càlcul de $\partial/\partial x$, $\partial/\partial y$, $\partial/\partial z$, $\partial/\partial \bar{z}$. Equacions de Cauchy- Riemann.
- Sèries de potències de les funcions elementals. Desenvolupaments en sèrie de potències. Derivació i integració de sèries.
- Càlcul d'integrals de línia complexes. Utilització de la fórmula integral de Cauchy.
- Entendre bé l'especificitat de les formes diferencials associades a les funcions holomorfes en relació al que s'ha après sobre formes diferencials en altres assignatures.
- Entendre bé la identificació entre funcions derivables i funcions analítiques de variable complexa en contraposició amb el que passa en el cas de funcions de variable real.
- Desenvolupament en sèrie de Laurent de funcions elementals.
- Determinació de singularitats aïllades. Càlcul de residus.
- Càlcul d'integrals reals per residus.
- Localització de zeros de funcions analítiques amb el teorema de Rouché.
- Concepte de funció harmònica i funció harmònica conjugada. Pas d'una funció harmònica a una funció holomorfa i relació amb el càlcul de primitives de funcions holomorfes.
- Determinació de la conjugada d'una funció harmònica.
- Comprendre com apareixen el problema de Dirichlet i el problema de Neumann sobre funcions harmòniques en relació amb els problemes de la distribució de la calor i del flux d'un fluid ideal.
- Conèixer el paper de les representacions conformes en la solució del problema de Dirichlet.
- Dominar les propietats geomètriques de les transformacions homogràfiques.
- Saber trobar representacions conformes entre dominis elementals.
- Saber interpretar el flux d'un fluid sense fonts i irrotacional com una funció holomorfa. Utilització de la representació conforme per a determinar les línies de corrent del fluid.

4.- Metodologia de l'ensenyament.

Aquesta assignatura té tres hores a la setmana de teoria i dues hores de problemes. S'aconsella que els alumnes es mirin la teoria abans d'anar a classe, ja que disposaran d'uns apunts elaborats pels professors amb aquest objectiu. Es pretén que l'alumne entengui les demostracions dels resultats que es presenten a classe. La comprensió dels resultats teòrics i de les tècniques emprades a les demostracions donen la base per a poder resoldre problemes.

Les classes de problemes es fan en grups molt reduïts per afavorir la participació dels estudiants. Els alumnes han de treballar a casa en la resolució de problemes. Aquests es presentaran a classe per als propis alumnes i es pretén que la solució quedi clara per a tots els estudiants.

A banda, els alumnes disposaran d'unes hores de consulta al despatx dels professors de teoria i de problemes, on podran consultar dubtes, demanar pistes per a la resolució de problemes, etc

5.- Sistema d'avaluació de l'aprenentatge.

Es realitzaran dues proves de teoria al llarg del semestre. Aquestes es realitzaran dos dimecres de 13,00 a 14,00. Les dades temptatives són el 24 de Març i el 28 d'Abril (l'aula s'anunciarà mes endavant). Comptaran el 20% de la nota.

A les classes de problemes/pràctiques s'avaluarà en dues ocasions (a l'hora de pràctiques, els dies seran determinats pels professors de problemes/pràctiques) mitjançant uns exercicis curts repartits al llarg del semestre i que comptaran el 10% de la nota.

Finalment, l'examen final (teoria i problemes) valdrà el 70 % de la nota.

6.- Temps d'estudi personal que ha de dedicar un estudiant per superar la.

Hores presencials : 70 hores

Teòriques: $3h/s \times 14 s = 42$ hores

De problemes: $2h/s \times 14 s = 28$ hores

Hores no presencials : 110 hores

$7h/s (3 h \text{ de teoria} + 4 h \text{ de problemes}) \times 14 = 98$ hores

12 hores de preparació de l'examen final

Hores d'avaluació: 7 hores

$1 h \times 3$ controls de teoria = 3 hores

$4 h \times 1$ control final = 4 hores

7.- Coneixements matemàtics previs.

Els coneixements matemàtics necessaris per a seguir aquesta assignatura són el càlcul diferencial i el càlcul integral de funcions de diverses variables reals.

8.- Referències bibliogràfiques.

L.AHLFORS, **Complex Analysis**, 3^a edició. Mc. Graw-Hill, 1979

D.PESTANA-J.M:RODRÍGUEZ-F:MARCELLÁN,**Variable Compleja, Un curso práctico**.Editorial Síntesis, 1999

J:E:MARSDEN-M:J:HOFFMAN, **Basic Complex Analysis**, 3^a edició M.H.Freeman and Co. N.Y. 1999

W.RUDIN, Analisis Real y Complejo, Alhambra

A.D.WUNSCH, **Variable Compleja con aplicaciones**, Add. Wesley

9.- Professors implicats.

Joaquim Bruna (Teoria), despatx C1/108, bruna@mat.uab.es

Margarida Miró (Problemes i pràctiques), despatx C1/212, marga@mat.uab.es

Daniel Blasi (Problemes i pràctiques), despatx C1/324, dblasi@mat.uab.es