

Curs 2003-2004

Presentació i Objectius de l'assignatura

El contingut d'aquesta assignatura és de Teoria de Galois i el problema principal que es tracta és la resolució d'equacions algebraiques. L'estudi d'aquest problema es fa a través de dos salts d'abstracció, o, millor dit, dues traduccions a camps aparentment diferents. El primer és la traducció al llenguatge de cossos i extensions de cossos; el segon pas, el més espectacular i a la vegada el més profund, és la traducció del problema a un problema de grups finits. El desenvolupament de la teoria es fa a base d'eines introduïdes en els cursos anteriors, algunes de camps aparentment allunyats, de forma que adquireixen un nou sentit i mostren tota la seva potència.

Coneixements matemàtics previs

Requisits del curs: un curs bàsic d'Àlgebra Abstracta, amb continguts de grups i divisibilitat. Aquests temes estan continguts en les assignatures Matemàtica discreta i Fonaments d'Àlgebra de l'actual pla d'estudis de la titulació de Matemàtiques.

Programa

1. Introducció

- (a) Resolució d'equacions de grau 2, 3 i 4.
- (b) El problema de la resolubilitat per radicals.

2. Cossos i extensions de cossos.

- (a) Elements algebraics i elements transcendents.
- (b) Extensions de cossos, extensions finites i cossos finits.
- (c) Extensions simples i extensions algebraiques.
- (d) Cos de descomposició d'una família de polinomis, existència i unicitat.
- (e) Extensions normals.
- (f) Cossos algebraicament tancats. Clausura algebraica.
- (g) Extensions separables. Cossos perfectes.
- (h) Grup de Galois associat a una extensió.
- (i) El lema de Dedekind. Extensions de Galois.

3. Un mica de teoria de grups.

- (a) Subgrups normals, teoremes d'isomorfia.

- (b) Grups de permutacions.
- (c) Grups resolubles.
- (d) Simplicitat de A_n , $n \geq 5$.
- (e) El teorema de Cauchy.

4. Els teoremes de Galois.

- (a) El teorema principal de la teoria de Galois.
- (b) El teorema de l'element primitiu. Resolubilitat d'equacions.
- (c) Polinomis ciclotòmics. Extensions cícliques. El teorema 90 de Hilbert.
- (d) Resolució d'equacions en característica zero.
- (e) Irresolubilitat de la quàntica general.
- (f) Exemples d'equacions irresolubles sobre \mathbb{Q} .

Bibliografia bàsica

Bibliografia bàsica

- J. Rotman, *Galois Theory*, Universitext, Springer-Verlag, 1990.
- B. Garling, *A course in Galois Theory*, Cambridge University press, 1986.
- I. Stewart, *Galois Theory*, Chapman and Hall, London, 1973.

Bibliografia complementària

- A. Clarck, *Elementos de Àlgebra abstracta*, Ed. Alhambra, 1974.
- E. Artin, *Galois Theory*, Notre Dame, 1959.
- H.M. Edwards, *Galois Theory*, Springer-Verlag, 1984.
- E. Galois, *Memòria sobre les condicions de resolubilitat de les equacions per radicals*, Institut d'Estudis Catalans, 1984.

Avaluació

La nota s'obtéindrà d'un examen final amb una part de teoria i una part de problemes.