GUÍA DOCENTE DE ANÁLISIS VECTORIAL

1- IDENTIFICACIÓN DE LA ASIGNATURA

Nombre: Análisis Vectorial
Código: 28001
Créditos: 6 (1^{er} semestre)
Tipo: Obligatoria

2- OBJETIVOS

El principal objetivo de la asignatura es que el estudiante se familiarice con el cálculo vectorial en $\mathbb{R}^n$ haciendo particular énfasis en los casos $n = 2$ y $n = 3$. Concretamente, en $\mathbb{R}^3$ se espera que el estudiante entienda las nociones de circulación y flujo de un campo, campos conservativos y solenoidales, y los teoremas de Gauss y Stokes y su particularización a $\mathbb{R}^2$, el teorema Green. Así mismo se pretende que el estudiante se familiarize con la noción de forma diferencial, y adquiera destreza en el cálculo con las mismas (diferencial exterior e integración), comprenda sus implicaciones geométricas (cálculo de áreas y volúmenes de subvariedades de $\mathbb{R}^n$), y entienda la extensión del teorema de Stokes en este contexto.

3- CONTENIDOS

PRIMERA PARTE

- Curvas y superficies. Integrales de funciones reales sobre curvas y superficies.
  - Curvas parametrizadas.
  - Longitud de una curva. Integral de una función escalar sobre una curva.
  - Superficies parametrizadas en $\mathbb{R}^3$.
  - Área de una superficie. Integral de una función escalar sobre una superficie.

- Campos vectoriales. Integración de campos.
  - Campos vectoriales, campos gradiente, líneas de campo.
  - Integral de un campo sobre una curva (circulación de un campo).
  - Dependencia de la integral en la orientación de la curva.
  - Suma formal de curvas.
  - Integral de un campo sobre una superficie (flujo de un campo).
  - Dependencia de la integral en la orientación de la superficie.
  - Divergencia y rotacional de campos vectoriales.
  - Rotacional de un campo gradiente; divergencia de un campo rotacional

- Teoremas de Gauss, Stokes y Green.
  - Definición alternativa de la divergencia de un campo.
  - Teorema de Gauss.
  - Definición alternativa del rotacional de un campo.
  - Teorema de Stokes.
  - Teorema de Stokes en el plano: teorema de Green.
  - Área de una región en el plano.
  - Teorema de la divergencia en el plano.

- Campos conservativos y campos solenoidales.

SEGUNDA PARTE

- Tensores alternados covariantes en $\mathbb{R}^n$, $\Lambda^k(\mathbb{R}^n)$.
  - Definición y ejemplos.
  - $\Lambda^k(\mathbb{R}^n)$ como espacio vectorial.
  - Producto exterior de tensores alternados. Propiedades.
  - Base de $\Lambda^k(\mathbb{R}^n)$.
  - Transformaciones lineales de tensores alternados.
  - Determinante como elemento de volumen.
  - Volumen inducido por un subespacio vectorial. Contracción de tensores alternados.

- Formas diferenciales de un abierto de $\mathbb{R}^n$.
  - Definición y ejemplos.
  - Diferencial exterior. Definición y ejemplos.
  - Propiedades de la diferencial exterior.
  - Transporte de formas mediante aplicaciones diferenciables. Propiedades.

- Integración de formas en abiertos de $\mathbb{R}^n$.
  - Integral de formas en cubos.
  - Integral de formas en abiertos de $\mathbb{R}^n$.
  - Cambio de variables en las integrales de formas. Orientación en $\mathbb{R}^n$.
  - Integración local en subconjuntos de $\mathbb{R}^n$.

- Teorema de Stokes para abiertos de $\mathbb{R}^n$ con frontera regular.
  - Cubo básico $[0,1]^n$ y su frontera.
  - Teorema de Stokes en $[0,1]^n$.
  - Cubrimientos de abiertos de $\mathbb{R}^n$ con frontera regular.
  - Teorema de Stokes para abiertos de $\mathbb{R}^n$ con frontera regular.

- Formas cerradas y formas exactas.
  - Definición y ejemplos.
  - Grupo de cohomología de de Rahm.
  - Lema de Poincaré en $\mathbb{R}^n$.
  - Conjuntos estrellados.
  - Lema de Poincaré para estrellados de $\mathbb{R}^n$.
  - Generalización del lema de Poincaré a conjuntos difeomorfos a estrellados.
  - Cálculo del grupo de cohomología de $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$.

- Subvariedades regulares de $\mathbb{R}^n$.
  - Definición y ejemplos.
  - Formas diferenciales en subvariedades.
  - Particiones de la unidad.
  - Orientación en subvariedades. Atlas que preservan la orientación.

- Integral de formas en subvariedades.
  - Definición.
  - Cambio de variables en la integral.
  - Forma de área de subvariedades.
  - Área de una subvariedad.
  - Integral de funciones escalares en subvariedades.
  - Teorema de Stokes en subvariedades.

4- TIEMPO QUE HA DE DEDICAR EL ALUMNO A LA ASIGNATURA

TIPO DE ACTIVIDAD	Descripción	Horas
ACTIVIDADES PRESENCIALES	Clases de teoría	30
	Clases de problemas	30
	Clases de prácticas	0
	Actividades tutorizadas	0
	Realización de pruebas parciales	2
	Realización de exámenes finales	4
ACTIVIDADES NO PRESENCIALES	Estudio de teoría	20
	Realización de problemas	45
	Preparación de prácticas	0
	Preparación de trabajos	0
	Preparación de exámenes	20
	TOTAL	151

5- CAPACIDADES O DESTREZAS A ADQUIRIR

Capacidades teóricas

- Entender las nociones de curva y superficies parametrizadas.
- Entender el concepto de orientabilidad de curvas y superficies.
- Entender la noción de campo y de líneas de campo.
- Entender el significado de la circulación y de flujo de un campo.
- Entender los teoremas de Gauss y Stokes.
- Entender y manejar los operadores diferenciales de campos.
- Entender las nociones de campo conservativo y campo solenoidal.
- Entender la noción de forma diferencial, y su correspondencia con campos en $\mathbb{R}^3$.
- Entender la diferencial exterior de formas diferenciales.
- Entender la noción de integral de formas diferenciales en abiertos de $\mathbb{R}^n$.
- Entender el teorema de Stokes en $\mathbb{R}^n$.
- Entender la extensión de estos conceptos a subvariedades.
- Entender la noción de grupo de cohomología y el lema de Poincaré.

Capacidades prácticas

- Saber calcular integrales de funciones escalares en curvas y superficies parametrizadas.
- Saber interpretar la representación gráfica de campos y las líneas de campo.
- Saber manejar con soltura los teoremas de Gauss, Stokes y Green.
- Saber verificar cuándo un campo es conservativo o solenoidal.
- Manejar con soltura las formas diferenciales y su diferencial exterior.
- Saber integrar formas en abiertos de $\mathbb{R}^n$ y en subvariedades.
- Saber calcular áreas de subvariedades de $\mathbb{R}^n$ e integrales de funciones escalares.
- Saber reconocer el grupo de cohomología de subconjuntos de $\mathbb{R}^n$ aplicando el lema de Poincaré.

6- PRERREQUISITOS

Para que el alumno pueda superar esta asignatura es imprescindible que tenga familiaridad y soltura con la derivación de funciones de una y varias variables, integración en dominios de $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$, cambios de variables en integrales, manejo de los productos escalar y vectorial y de cálculo de determinantes.

7- METODOLOGÍA

La asignatura dispone durante el curso académico de dos horas de clase de teoría y dos horas de clase de problemas. Se recomienda la asistencia a estas clases.

Periódicamente el estudiante recibirá una lista de problemas que ha de pensar y sobre los cuales se trabajará en las clases de problemas. Esta lista de problemas estará a disposición del alumno a través del Campus Virtual de la universidad.

Las horas de consultas son los miércoles de 12 a 1 y viernes de 11 a 12 con Alicia Cantón y los lunes de 9 a 11 con Albert Clop.

8- EVALUACIÓN

Durante el curso habrá dos controles de dos horas cada uno que se celebrarán respectivamente los días 10 de noviembre y 15 de diciembre, y contendrán dos problemas y alguna pregunta de teoría.

La primera convocatoria del examen final tendrá lugar el día 25 de enero. El examen final contendrá también preguntas de teoría y de problemas.

La nota final será: **NOTA**$= \max\{F,\ 0.8F + 0.2C\}$, donde F es la nota del examen final y C es la nota media de los dos controles hechos durante el curso.

El día 6 de julio se realizará un nuevo examen final para aquellos que no aprobaran la asignatura en la primera convocatoria.

9- BIBLIOGRAFÍA

J. E. Marsden y A. J. Tromba, Cálculo Vectorial. Ed. Addison, Wesley, Longman (4^{a} edición) 1998. Casi toda la primera parte de la asignatura (cálculo vectorial en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$) consiste, esencialmente en los capítulos 4, 7 y 8 de este libro, en el que además se pueden encontrar numerosos ejemplos y problemas resueltos.

J. M. Burgués, Integració i Càlcul Vectorial. Manuals de la Universitat Autònoma de Barcelona, 2002. La segunda parte de la asignatura se basa en este libro. Concretamente en partes de los capítulos 2, 3 y 4, aunque la presentación en clase se hará siguiendo otro orden.

E. M. Purcell, Electricidad y Magnetismo. Ed. Reverté, 1969. Este libro concebido como manual para estudiantes de Física tiene una excelente presentación de los teoremas de Stokes y Gauss.

H. Flanders, Differential Forms. Ed. Academic Press, 1970. De nivel excesivamente elevado para ser libro de texto de este curso, este libro es una introducción muy buena a las formas diferenciales y a su aplicación en otros contextos.

10- PROFESORES

Alicia Cantón	Albert Clop
Teoría	Problemas
C1/156	C1/308
`acanton@mat.uab.es`	`albertcp@mat.uab.es`
93 581 2906	93 581 3565