
Curs 2004-2005

Presentació i Objectius de l'assignatura

El contingut d'aquesta assignatura és de Teoria de Galois i el problema principal que es tracta és la resolució d'equacions algebraiques. L'estudi d'aquest problema es fa a través de dos salts d'abstracció, o, millor dit, dues traduccions a camps aparentment diferents. El primer és la traducció al llenguatge de cossos i extensions de cossos; el segon pas, el més espectacular i a la vegada el més profund, és la traducció del problema a un problema de grups finits. El desenvolupament de la teoria es fa a base d'eines introduïdes en els cursos anteriors, algunes de camps aparentment allunyats, de forma que adquireixen un nou sentit i mostren tota la seva potència.

Coneixements matemàtics previs

Requisits del curs: Àlgebra lineal i un curs bàsic d'àlgebra abstracta, amb continguts de grups, anells de polinomis i divisibilitat. Aquests temes estan continguts en les assignatures Introducció a l'Àlgebra Lineal, Matemàtica Discreta i Fonaments d'Àlgebra de l'actual pla d'estudis de la titulació de Matemàtiques.

Programa

1. Introducció.

- Resolució d'equacions de grau 2,3 i 4.
- El problema de la resolubilitat per radicals.

2. Teoria de grups.

- Subgrups normals, teoremes d'isomorfia.
- Grups de permutacions.
- Grups resolubles.
- Simplicitat de A_n , $n \geq 5$.
- El teorema de Cauchy.

3. Cossos i extensions de cossos.

- Elements algebraics i elements transcendents.
- Extensions de cossos i extensions finites.
- Extensions simples i extensions algebraiques.

- Cos de descomposició d'una família de polinomis, existència i unicitat.
- Extensions normals. Cossos finits.
- Cossos algebraicament tancats. Clausura algebraica.
- Extensions separables. Cossos perfectes.
- Grup de Galois associat a una extensió.
- El lema de Dedekind. Extensions de Galois.

4. Els teoremes de Galois.

- El teorema principal de la teoria de Galois.
- El teorema de l'element primitiu. Resolubilitat d'equacions.
- Polinomis ciclotòmics. Extensions cícliques. El teorema 90 de Hilbert.
- Resolució d'equacions en característica zero.
- Irresolubilitat de la quàntica general.
- Exemples d'equacions irresolubles sobre \mathbb{Q} .

Bibliografia

Bibliografia bàsica

J. Rotman, *Galois Theory*, Universitext, Springer-Verlag, New York, 1990.

D.J.H. Garling, *A course in Galois Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1986.

I. Stewart, *Galois Theory*, Chapman and Hall, London, 1973.

Bibliografia complementària

P.M. Cohn, *Algebra*, vol 1, Second Edition, John Wiley & Sons, New York, 1982.

P.M. Cohn, *Algebra*, vol 2, John Wiley & Sons, New York, 1977.

E. Artin, *Teoría de Galois*, Ed. Vicens-Vives, Barcelona 1970.

H.M. Edwards, *Galois Theory*, Springer-Verlag, New York, 1984.

Professors

Teoria: Ferran Cedó, despatx C1/352, hores de consulta a convenir.

Problemes: Salvador Comalada, despatx C1/218, hores de consulta a convenir.

Avaluació

La nota s'obtéindrà d'un examen final amb una part de teoria i una part de problemes.