

Presentació i Objectius de l'assignatura

Aquest curs és una iniciació a la teoria moderna de sistemes dinàmics. Un primer objectiu és que l'alumne es familiaritzi amb la noció abstracte de sistema dinàmic i els conceptes bàsics d'aquesta teoria: estabilitat, atractor, conjunts invariants, omega límits, etc. Aquests seran doncs els continguts del primer capítol mentre que el segon capítol el dedicarem a la classificació topològica dels sistemes lineals a $\mathbb{R}^n$, tant els que venen determinats pel flux d'equacions diferencials ordinàries (sistemes dinàmics continus) com els que provenen de la iteració de funcions (sistemes dinàmics discrets). Els sistemes lineals són molt importants. D'una banda perquè apareixen en l'estudi de molts fenòmens físics d'interès i d'altra banda perquè són la primera aproximació de sistemes més complicats.

Una segona part de l'assignatura correspon a l'estudi qualitatiu de les equacions diferencials autònomes a $\mathbb{R}^n$. La Teoria qualitativa de les equacions diferencials es va iniciar amb els treballs de Poincaré cap a l'any 1880 en relació amb els seus treballs de Mecànica Celest i tracta de conèixer propietats de les solucions sense necessitat de resoldre les equacions, entre altres coses perquè la resolució no és factible. Aquest enfoc qualitatiu, quan es combina amb mètodes numèrics adequats, és, en alguns casos, equivalent a tenir les solucions de l'equació. Tractarem doncs de que l'alumne conegui alguns resultats bàsics de la teoria qualitativa (Teoremes de Liapunov, Teorema de Hartman i Teoremes de les varietats estable i central) sobre l'estructura local dels punts crítics i les òrbites periòdiques i en el cas de $\mathbb{R}^2$ s'iniciï en el problema de detectar l'existència d'òrbites periòdiques via els teoremes de Poincaré-Bendixon i Bendixon-Dulac.

A la última part del curs tractarem una família paramètrica de sistemes dinàmics discrets, els que venen determinats per unes aplicacions unimodals i que (per alguns valors dels paràmetre) presenten una dinàmica que porta de manera senzilla a la noció de sistema caòtic. Per aquests sistemes l'aproximació numèrica no és factible i per entendre la seva dinàmica calen noves eines. Per l'aplicació logística veurem que el sistema dinàmic és equivalent a l'anomenat shift de Bernoulli, i aquest ens permetrà interpretar el comportament de les òrbites. Acabarem el curs amb un sistema dinàmic discret caòtic dos dimensional: la ferradura de Smale. Els sistemes caòtics es presenten sovint a les aplicacions (problemes de predicció meteorològica, circuits elèctrics, etc).

Competències a adquirir

Si distingim les competències teòriques de les pràctiques i de les instrumentals, donat que l'activitat més important dels alumnes serà la realització d'un treball (tal i com veurem a l'apartat de metodologia), en aquest curs posarem especial èmfasi en les competències instrumentals. Les competències de tipus pràctic variaran d'un alumne a l'altra i dependran del treball a realitzar.

- Competències teòriques
 - Comprendre i usar el llenguatge dels sistemes dinàmics.
 - Conèixer demostracions d'alguns dels seus resultats.
 - Conèixer la utilitat de la simbiosi qualitatiu-quantitatiu i també les seves limitacions.
 - Conèixer i entendre les eines de la teoria qualitativa de equacions diferencials.
 - Entendre la dificultat de predir el comportament de les òrbites de certs sistemes dinàmics mitjançant la noció de caos.
- Competències instrumentals
 - Fomentar la capacitat d'autoaprenentatge dels alumnes.
 - Comunicar, tant per escrit com de forma oral, coneixements, procediments e idees matemàtiques.
 - Usar eines de cerca de recursos bibliogràfics.
 - Usar aplicacions informàtiques si el treball proposat així ho requereix.

Coneixements matemàtics previs

Els continguts de les assignatures *Models amb equacions diferencials* i *Equacions diferencials* de tercer curs de la titulació.

Continguts

1. Sistemes Dinàmics a espais Euclidians.
Sistemes dinàmics definits per equacions diferencials i per difeomorfismes. Òrbites; punts crítics i òrbites periòdiques. Conjunts invariants i conjunts límit. Atractors. Estabilitat Liapunov.
2. Sistemes lineals continus i discrets.
Conjugació de sistemes dinàmics. Solucions dels sistemes lineals. Índex d'estabilitat. Classificació topològica dels sistemes lineals continus i discrets.
3. Estudi de la dinàmica local.
Punts regulars. Teorema del flux tubular. Punts crítics i punts fixos: Estabilitat; Funcions de Liapunov; Teorema de Hartman, de la varietat estable i de la varietat central. Òrbites periòdiques: Aplicació de Poincaré.

4. Estudi de la dinàmica global.

Equacions diferencials ordinàries a $\mathbb{R}^2$: Teorema de Poincaré Bendixon, Teorema de Bendixon-Dulac.

5. Dos sistemes dinàmics caòtics

Les aplicacions unimodals. Caos. El shift de Bernoulli. La ferradura de Smale.

Metodologia de l'ensenyament

Aquesta assignatura té quatre hores a la setmana de classe presencials, durant les quals el professor explicarà els continguts que acabem de detallar. Les darreres setmanes seran els propis alumnes qui saltaran a la pissarra explicant el treball que cadascun d'ells hagi triat depenent dels seus interessos e inquietuds. Després de proposar una llista de possibles idees per treballs (els alumnes també poden proposar-ne), cada alumne escollirà el tema, en farà una exposició oral i presentarà el treball per escrit. Quan els treballs estiguin definits especificarém les competències pràctiques que s'han d'assolir. L'activitat principal serà la preparació d'aquest treball i no farem classe de problemes. Aquests es substituiran per la realització d'uns exercicis que s'aniran proposant a les classes teòriques i que s'hauran de lliurar de forma periòdica. L'assistència a classe es considera obligatòria.

Sistema d'avaluació de l'aprenentatge

Un examen a final de curs que comptarà un 30 per cent de la nota. Un 10 per cent serà per el lliurament dels exercicis. L'altre 60 dependrà del treball realitzat. Es valorarà el contingut, la presentació, l'exposició i el grau de compliment de les competències especificades. Els treballs han d'estar llestos el 30 d'abril. Les exposicions es duran a terme durant el mes de maig.

Temps d'estudi personal que ha de dedicar un estudiant per superar l'assignatura

- Hores presencials: 56 hores (14 setmanes a 4 hores per setmana).
- Hores no presencials:
 - Estudi de teoria: 21 hores (14 setmanes a 1.5 hores per setmana)
 - Preparació de l'examen: 16 hores (dos dies a 8 hores diàries)
 - Realització del treball: 84 hores (14 setmanes a 6 hores per setmana)

Bibliografia bàsica

- R.L. DEVANEY, *An Introduction to chaotic dynamical systems*, The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., 1986.
- J. GUCKENHEIMER, P. HOLMES, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields*, Springer-Verlag, 1993.
- L. PERKO, *Differential Equations and Dynamical systems*, Springer-Verlag, 1996.
- J. SOTOMAYOR, *Lições de equações diferenciais ordinárias*, Projecto Euclides, Gráfica Editora Hamburg Ltda., 1979.
- E. H. STROGATZ, *Nonlinear Dynamics and Chaos*, Westview, 1994.

Professors

Anna Cima. Despatx: C1-350. cima@mat.uab.es. Horari de consultes: dilluns de 11 a 12 i dijous de 14 a 15.