

Geometria projectiva

Guia Docent 2005/06

1 Identificació de l'assignatura

Nom: Geometria projectiva

Codi: 27997

Nombre de crèdits: 7.5 (3+2)

Tipus: Troncal

2 Objectius

La geometria projectiva va néixer amb la necessitat de representar figures de l'espai en regions planes. Van ser els pintors del Renaixement el seus principals impulsors. Una de les primeres coses que notem en un quadre és que les nocions d'angle, distància i paral·lelisme no es conserven. De fet hi ha rectes que són paral·leles a l'espai i que en una representació plana (sobre un llenç il·limitat) tenen intersecció.

L'objectiu d'aquest curs és donar fonament i rigor matemàtic a aquest fet. Introduïrem els espais projectius, estudiarem les transformacions que preserven els objectes lineals i les propietats d'incidència i veurem els teoremes característics.

Una part important que tractarem és l'estudi projectiu de les seccions còniques i la seva generalització a dimensions superiors.

No deixarem passar el curs sense donar idea d'altres aplicacions de la geometria projectiva. Una d'elles serà l'estudi dels codis correctors d'errors.

3 Continguts

1 Espais projectius

- 1.1 Definicions bàsiques.
- 1.2 Coordenades homogènies.
- 1.3 Transformacions projectives i grup projectiu.
- 1.4 Relació entre l'espai afí i l'espai projectiu.
- 1.5 Teoremes clàssics: Desargues, Pappus
- 1.6 Teorema fonamental de la Geometria projectiva
- 1.7 Presentació axiomàtica dels plans projectiu i afí (opcional).
- 1.8 Dualitat.

2 Recta projectiva

- 2.1 Raó doble.
- 2.2 Permutacions i raó doble.

- 2.3 Divisió harmònica.
- 2.4 Raó doble i dualitat.
- 2.5 Homografies de la recta.
- 2.6 Involucions.

3 Còniques i quàdriques

- 3.1 Còniques i quàdriques projectives. Classificació.
- 3.2 Còniques i quàdriques afins. Classificació.
- 3.3 Estudi projectiu d'una cònica (teorema de Pascal)

4 Polaritat

- 4.1 Pols i polars
- 4.2 Polaritat respecte de còniques
- 4.3 Polaritat i tangents
- 4.4 Aplicació a les còniques
- 4.5 Interpretació projectiva de les geometries no euclidianes (opcional)

5 Codis correctors d'errors

- 5.1 Introducció
- 5.2 Distància de Hamming i codis lineals
- 5.3 Algoritme de correcció d'errors
- 5.4 Codis de Hamming
- 5.5 Codis lineals i geometria projectiva

4 Temps de dedicació de l'alumne

TIPUS D'ACTIVITAT	Descripció	Hores
PRESENCIALS	Classes de teoria	42
	Classes de problemes	28
	Classes de pràctiques	0
	Activitats tutoritzades	0
	Realització de proves parcials	2
	Realització d'exàmens finals	4
NO PRESENCIALS	Estudiar teoria	35
	Fer exercicis	45
	Recerca bibliogràfica	4
	Preparar entrevistes	0
	Preparar proves parcials	0
	Preparar exàmens finals	0

Hem considerat 16 setmanes d'estudi i que l'alumne dedica una hora *diària* a l'estudi de l'assignatura. Això dona lloc a 80 hores d'estudi, de les quals pensem que la dedicació a la resolució de problemes és prioritària. Generalment, és el plantejament de problemes el que ha de portar a l'alumne a l'estudi dels conceptes teòrics necessaris per la seva resolució i no al revés.

5 Capacitat o destreses a adquirir

Caldrà arribar a tenir molt clares les diferències i punts en comú entre la geometria projectiva i les geometries afí i euclidiana estudiades en altres assignatures.

Fem una llista dels temes en els quals l'alumne ha d'assolir bona capacitat de treball

- Càlculs amb coordenades homogènies.
- Classificació de projectivitats.
- Demostració de problemes geomètrics, tant de forma sintètica com fent ús de coordenades.
- Principi de dualitat.
- Treball amb la raó doble, quaternes harmòniques.
- Relació de l'espai afí amb el projectiu. Pas al projectiu per resoldre problemes afins i viceversa.
- Coneixement i classificació de les còniques: projectives, afins i euclidianes.
- Coneixement i classificació de les quàdriques en dimensió 3: projectives, afins i euclidianes.
- Classificació de quàdriques projectives.
- Idea de les geometries no euclidianes.
- Polaritat en l'estudi de quàdriques.

6 Requisits previs

Calen coneixements de: espais i subespais vectorials, sumes i interseccions lineals, transformacions lineals, espais duals, formes quadràtiques i cossos commutatius.

7 Metodologia

Durant el curs es faran *sessions de teoria* i *sessions de problemes*. El primer que cal és que l'alumne pensi els problemes que se li proposen a les llistes de problemes. La situació ideal consisteix en anar a classe de problemes amb els problemes fets o estudiats en hores d'estudi. És poc útil observar com un altre persona fa els problemes, és com aprendre a tocar el piano veient com ho fa un altre!

Com a norma general, a les classes de teoria primer s'introduiran els conceptes i després s'il·lustraran amb exemples abundants i problemes típics.

És important que l'alumne sigui capaç de prendre iniciativa fent ús de la biblioteca, alguns conceptes poden quedar més clars si veiem punts de vista d'altres autors.

També és convenient fer servir les eines de càlcul que te a la seva disposició. Certs problemes es poden alleugerir utilitzant programari de càlcul simbòlic com per exemple 'Maple', el qual s'ha estudiat a primer curs. D'aquest programa existeix una llicència de campus.

L'assignatura disposarà d'un espai al Campus Virtual. Es posaran les llistes d'exercicis i material complementari. El Campus Virtual també es pot fer servir com a fòrum de discussió per tractar temes relacionats amb l'assignatura.

Al llarg del curs es faran proves parcials per tal de que l'alumne sàpiga si està assolint els objectius proposats i en cas necessari poder modificar tot allò que no funciona.

Un dels millors consells per gaudir del que es fa a classe és estudiar *cada dia*. Si portem al dia el temari les classes són menys avorrides i s'aprofiten més. Sobretot intenteu entendre tot el que es diu a classe, això significa que s'han de fer preguntes als professors. En tot cas el professor també posarà qüestions als alumnes per tal de poder decidir sobre l'adequat ritme del curs.

Per últim, i no menys important, no cal oblidar que heu de parlar matemàtiques. Intentar dir amb paraules allò que ens passa pel cap. Per poder verbalitzar correctament l'enunciat d'un teorema, d'una definició o d'un problema estem obligats a tenir un coneixement profund d'allò que volem dir. No oblideu d'anar als despatxos a parlar amb els professors de l'assignatura. Tampoc oblideu que parlar amb els vostres companys sobre les matèries d'estudi pot tenir un efecte molt positiu.

8 Avaluació

Al llarg del curs es farà una prova parcial per determinar el nivell de coneixements assolits per l'alumne. Aquesta prova serà el dia 18 d'abril a les 15:30. Acabat el curs es farà *un* examen final (a primera i a segona convocatòria).

Si n_P és la nota sobre 10 obtinguda en la prova parcial i n_F és la nota sobre 10 obtinguda a l'examen final, la qualificació definitiva serà

$$\max\{n_F, 0.8n_F + 0.2n_P\}.$$

9 Bibliografia

- Reventós, A. *Geometria projectiva*. Materials UAB, 85
- Coxeter, H.S.M. *Projective Geometry*. Springer-Verlag 1987.
- P. Samuel. *Projective Geometry*. Springer-Verlag (en francès PUF)
- M. Berger. *Géométrie I et II*. Nathan (en anglès Springer-Verlag).
- L.A. Santaló. *Geometria Projectiva*. EUDEBA.
- Semple & Kneebone. *Algebraic Projective Geometry*. Oxford Press.

El llibre del professor Reventós conté la *base* del que s'explicarà durant el curs.

10 Professorat

Eduard Gallego	Miquel Llabrés
Teoria	Problemes
C1/126, 935814540	C1/-152, 935813132
egallego@mat.uab.es	llabres@mat.uab.es

11 Adreces útils

- Biblioteca de la UAB: <http://www.bib.uab.es/>
- Secció de Matemàtiques: <http://mat.uab.es/seccio>
- Campus Virtual: <https://www.interactiva.uab.es/cv/identificacio.jsp>
- Geometria projectiva a MathWorld:
<http://mathworld.wolfram.com/topics/ProjectiveGeometry.html>
- Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Category:Projective_geometry
- Maple (paquet per treballar a l'espai projectiu):
http://www.maplesoft.com/applications/app_center_view.aspx?AID=1015&CID=1&SCID=11