

LLICENCIATURA DE MATEMÀTIQUES

GUIA DOCENT D'ANÀLISI VECTORIAL

1.- Identificació de l'assignatura

Nom de l'assignatura: ANALISI VECTORIAL

Codi: 28001

Nombre de crèdits: 6

2.- Objectius de l'assignatura.

L'objectiu principal de l'assignatura és que l'alumne es familiaritzi amb el càlcul vectorial en el pla i en l'espai i l'ús d'aquest llenguatge en alguns camps de la física. Concretament, l'alumne hauria d'entendre els conceptes de circulació i flux d'un camp, la noció de rotacional, les nocions de camps conservatius i camps solenoidals, els teoremes de Gauss, Stokes (Green en el pla) i com apareixen aquestes nocions en els camps clàssics de la física. Així mateix, les propietats bàsiques de les funcions harmòniques, associades als camps simultàniament conservatius i solenoidals, i els enuncis dels problemes de Dirichlet i Neumann. Pel que fa a camps vectorials no estacionaris, l'alumne hauria de conèixer les lleis de Maxwell de l'electromagnetisme i les equacions de Navier-Stokes de la mecànica de fluids.

La versió del anàlisi vectorial en dimensió superior a tres requereix del concepte de forma diferencial. Establir les bases d'aquest llenguatge es un altre objectiu, secundari, d'aquest curs.

3.- Continguts.

PRIMERA PART

1. Corbes i superfícies. Subvarietats

Repàs del teorema de la funció inversa i el teorema de la funció implícita. La noció de sistema de coordenades local. Definicions equivalents de corbes i superfícies regulars. Espais tangents i espais normals. Parametritzacions globals.

2. Integració de funcions en corbes i varietats

Repàs del concepte d'integral i del teorema fonamental del càlcul. Integrals de funcions de diverses variables. Transformació d'àrees i volums per transformacions lineals, repàs del teorema del canvi de variable. Longitud de corbes i àrea de superfícies, primera forma fonamental d'una superfície. Integral de funcions definides en corbes i superfícies, càlcul en coordenades locals. Parametritzacions essencialment globals.

3. Camps vectorials estacionaris

Camps vectorials en el pla i l'espai. Exemples, camps newtonians. Corbes integrals. Camps gradients. Orientació de corbes. Circulació d'un camp al llarg d'una corba orientada. Camps conservatius i funcions potencials, primera versió del teorema fonamental del càlcul en varies variables. Superfícies orientables i superfícies no orientables; flux d'un camp vectorial a través d'una superfície orientada, camps solenoidals i potencials vectors. Camps vectorials diferenciables. Noció de divergència i de rotacional, expressió en coordenades.

4. Els teoremes de Gauss, Stokes i Green.
 Revisió del teorema fonamental del càlcul. Versions multidimensionals del teorema fonamental del càlcul. Demostració dels teoremes. Caracteritzacions globals dels camps continus conservatius i solenoidals . Caracteritzacions locals del camps diferenciables conservatius i solenoidals.

SEGONA PART

5. Funcions harmòniques
 Camps simultàniament conservatius i solenoidals, exemples de la física. L'operador laplaciana. Funcions harmòniques, propietats bàsiques. Formules de Green. Enunciats dels problemes de Dirichlet i de Neumann, l'equació de Poisson.
6. Camps no estacionaris
 Moviment de fluids, modelització matemàtica. Derivada local i derivada total d'una funció. L'equació de continuïtat. Les equacions de Navier-Stokes de la mecànica de fluids. Les equacions de Maxwell de l'electromagnetisme.

TERCERA PART

7. Formes diferencials
 Revisió del concepte de determinant. Escates orientades en dominis del espai euclidià. Les formes diferencials com a funcions sobre escates orientades. Formalisme algebraic per a les escates orientades i les formes diferencials. Definició intrínseca de la derivada exterior d'una forma, expressió en coordenades. Correspondències entre camps i formes en el pla i l'espai. Formes exactes i formes tancades. Funció associada a una forma diferencial en una subvarietat orientada. Integració de formes diferencials sobre subvarietats orientades. Varietats amb vora, orientació de la vora. teorema de Stokes per a formes.

4.- Temps que ha de dedicar l'alumne per tal de superar l'assignatura.

TIPUS D'ACTIVITAT	Descripció	Hores
ACTIVITATS PRESENCIALS	Classes de teoria	40
	Classes de problemes	20
	Classes de pràctiques	0
	Activitats tutoritzades	0
	Realització de proves parcials	4
	Realització d'exàmens finals	4
ACTIVITATS NO PRESENCIALS	Estudi de teoria	30
	Realització de problemes	30
	Recerca Bibliogràfica	
	Preparació de pràctiques	
	Preparació de treballs	
	Preparació d'exàmens	20
TOTAL		148

5. Capacitats o destresses a assolir

- Capacitats teòriques.
 Conèixer i assimilar les nocions de corba i superfície regular, camps i línies integrals de camp., circulació i flux, camps conservatius i

solenoidals. la noció d'integral sobre una superfície, orientabilitat de superfícies. els teoremes de Gauss, Stokes i Green, les principals equacions de la física matemàtica, la noció de forma diferencial.

- Capacitats pràctiques o de problemes.
Saber manipular coordenades locals, calcular àrees i volums, aplicar els teoremes de l'anàlisi vectorial, calcular funcions potencials i potencials vectors, decidir si un camp es conservatiu o solenoidal, saber utilitzar el formalisme algebraic de les formes diferencials, i aplicar el teorema de Stokes per a formes.

6.- Requisits previs.

És imprescindible que l'alumne hagi assimilat els continguts de les assignatures d'Anàlisi Matemàtica I i Anàlisi Matemàtica II, referents al càlcul diferencial i integral de funcions de diverses variables.

7.- Metodologia.

Hi ha quatre hores de classe a la setmana, on s'alternarà entre teoria i problemes, sense distinció horària ni planificació prèvia. Periòdicament l'alumne tindrà a la seva disposició una llista de problemes sobre les quals ha de treballar pel seu compte, alguns dels quals es comentaran i faran a classe. Els que no es facin a classe han de servir a l'alumne com a material de preparació per a l'avaluació. Aquestes llistes es podran baixar del Campus Virtual. També al Campus Virtual es trobaran tots els avisos, resultats de les avaluacions, etc així com resums de les diferents lliçons del programa.

8.- Avaluació.

Hi haurà dues avaluacions parcials, una de continguts teòrics i una altra de continguts pràctics, el dia i lloc de les quals s'anunciarà al Campus Virtual. La mitjana d'aquestes dues proves dóna lloc a una qualificació T. L'examen final (el dia 3 de Febrer) i el de recuperació d'aquest (3 de juliol) contemplaran qüestions de teoria (30-35%) i donen lloc a la qualificació E. La qualificació final s'obtindrà mitjançant la fórmula $F = \max(E, 0.75 E + 0.25 T)$.

9.- Bibliografia.

J.E.Marsden i A.J. Tromba, Cálculo Vectorial, Ed Addison-Wesley. Per a la primera part de l'assignatura.

J.Girbau, Geometria Diferencial i Relativitat, Manuals UAB. Per a unes pinzellades de Física clàssica

E.M.Purcell, Electricidad y Magnetismo, Ed. Reverte. Específicament per a electricitat, magnetisme i les equacions de Maxwell, i per entendre els teoremes de Gauss i Stokes en el seu contexte original.

J.M.Burgues, Integració i càlcul vectorial, Manuals UAB. Per a repassar la teoria d'integració en diverses variables i la tercera part del programa

10.- Professorat.

Tot a càrrec de Joaquim Bruna. Despatx C1-108, consultes dimecres i divendres de 15 a 17; bruna@mat.uab.es. telefon 935813468