

GUIA DOCENT DE TOPOLOGIA II

1. Identificació de l'assignatura

Nom: Topologia II

Codi: 28012

Nombre de crèdits: 6

Tipus: Obligatòria (1r semestre, 4t curs)

2. Objectius de l'assignatura

- Transmetre a l'alumne la conveniència, a vegades, de transformar problemes topològics, i geomètrics en general, en problemes algebraics i il·lustrar com aquesta tècnica dóna bons resultats en molts casos. Amb aquesta finalitat s'introdueix el grup fonamental.
- Donar aplicacions concretes que mostren l'efectivitat resolutiva del grup fonamental, com la classificació de superfícies o la dels espais recobridors.
- Adquirir un mínim de coneixements sobre grups no abelians, aplicant-los al càlcul de grups fonamental.

3. Continguts

- El grup fonamental
 - Homotopia
 - El grup fonamental
 - Invariança homotòpica
 - El grup fonamental de la circumferència
 - Aplicacions: teorema del punt fix de Brouwer, teorema fonamental de l'àlgebra
- Càlcul del grup fonamental
 - Grups lliure i presentacions de grups (no abelians)
 - Teorema de Seifert-Van Kampen
 - El grup fonamental de les esferes i els espais projectius
 - El grup fonamental de les superfícies compactes
- Complexos cel·lulars
 - Grafs. Adjunció de cel·les
 - L'estructura cel·lular dels espais ja coneguts
 - El grup fonamental d'un graf
 - Comportament del grup fonamental a l'adjuntar una cel·la
- Espais recobridors
 - Espais recobridors
 - El grup fonamental dels espais recobridors
 - Relació entre espais recobridors i subgrups del grup fonamental de l'espai base
 - Teorema de Borsuk-Ulam
 - Aplicació als grups lliures

4. Temps que ha dedicar l'alumne per tal de superar l'assignatura

- Activitats presencials
 - Classes de teoria 45
 - Classes de problemes 15

| | |
|----------------------------------|----|
| ○ Classes de pràctiques | 0 |
| ○ Activitats tutoritzades | 1 |
| ○ Realització de proves parcials | 2 |
| ○ Realització d'exàmens finals | 3 |
| • Activitats no presencials | |
| ○ Estudis de teoria | 30 |
| ○ Realització de problemes | 30 |
| ○ Recerca bibliogràfica | 0 |
| ○ Preparació de pràctiques | 0 |
| ○ Preparació de treballs | 4 |
| ○ Preparació d'exàmens | 20 |

5. Capacitats o destreses a adquirir

- Capacitats teòriques
 - Entendre la functorialitat dels pas de la topologia a l'àlgebra
 - Entendre què representa geomètricament el grup fonamental
 - Entendre les analogies i les diferències essencials entre els grups abelians lliures i els grups lliures
 - Entendre fins a quin punt l'àlgebra pot resoldre problemes geomètrics i quan no, la necessitat d'invariants més potents
 - Entendre la relació entre espais recobridors d'un espai i subgrups del seu grup fonamental
- Capacitats pràctiques o de problemes
 - Saber calcular el grup fonamental d'un espai a partir del dels membres d'un recobriment obert
 - Saber calcular el grup fonamental d'un espai dotant-lo d'una estructura de complex cel·lular
 - Saber manipular presentacions de grups (no necessàriament abelians)
 - Saber obtenir resultats del pla a partir de les eines que facilita el càlcul del grup fonamental de la circumferència
 - Donat un subgrup del grup fonamental d'un espai, saber trobar l'espai recobridor que determina.

6. Requisits previs

L'alumne ha d'estar familiaritzat amb les nocions i propietats bàsiques de la Topologia general (separació, compacitat, connexitat), així com amb les tècniques habituals de construcció d'espais topològics, en particular topologies producte i quocient.

És bo, també, que hagi estudiat les superfícies compactes sense vora i la seva classificació per l'orientabilitat i el gènere, i disposi d'un mínim de coneixements de teoria de grups, en particular la classificació dels grups abelians finitament generats.

7. Metodologia

L'assignatura disposa setmanalment durant un semestre de 3 hores de teoria i una de problemes. Donat l'alt contingut teòric i abstracte de l'assignatura és recomanable l'assistència regular a classe.

El programa detallat de l'assignatura, amb la bibliografia bàsica i el procediment d'avaluació es lliuren a l'alumne el primer dia de classe.

El material bàsic del curs, que cobreix amb escreix la totalitat de la matèria impartida, és la publicació *Iniciació a la Topologia Algebraica*, de Manuel Castellet, UAB, Materials 6, 1994. Disposant d'aquest material, el professor pot ometre algunes demostracions i fer més èmfasi en idees i conceptes.

Periòdicament l'alumne rebrà unes llistes de problemes que ha de pensar i sobre els quals es treballarà a les classes de pràctiques.

Optativament els professors podrien oferir als alumnes la redacció d'un petit treball (hi hem comptabilitzat per a l'estudiant només 1 hora d'activitat tutoritzada i 4 de dedicació al treball) que l'ha de forçar a escriure matemàtiques de forma correcta i sistemàtica.

8. Avaluació

Es preveu, aprofitant un dia de classe, una prova d'avaluació breu, de dues hores de durada, que permeti a l'alumne controlar el seu nivell de seguiment i assimilació del contingut de l'assignatura i al professor l'adequació d'allò que està explicant al nivell de l'alumnat.

La part essencial de l'avaluació final serà un examen de 3 hores de durada basat en dos exercicis a resoldre (segons les capacitats pràctiques exposades), una demostració teòrica i una definició (segons les capacitats teòriques exposades) i un component variable a aquests dos aspectes.

La nota final serà la de l'examen, afectant la de la prova parcial només per millorar-la. Si l'alumne ha realitzat un treball com el proposat anteriorment, el seu rendiment en aquest aspecte servirà per modificar la nota, si es considera convenient.

9. Bibliografia

- M. Castellet, *Iniciació a la Topologia Algebraica*, Materials núm. 6, Servei de Publicacions UAB
- C. Kosniowski, *Topologia Algebraica*, Ed. Reverté
- W. Massey, *Introducción a la Topología Algebraica*, Ed. Reverté
- J.R. Munkres, *Topología*, Ed. Prentice Hall

10. Professorat

| | |
|-----------|---|
| Teoria: | Manuel Castellet, C1/016, 935811518, mcastellet@crm.es |
| Problemes | David Marín, C1/126, 935811501, david@mat.uab.es |