

Topologia Algebraica, curs 2005-2006

PROGRAMA

L'assignatura consta de dues parts. En la primera part —Fonaments— introduïrem la teoria d'homologia, estudiarem les seves propietats fonamentals i veurem com es poden calcular els grups d'homologia d'alguns espais interessants. En la segona part —Aplicacions— utilitzarem la teoria d'homologia per estudiar tres temes importants de topologia i geometria diferencial. En total, el curs tindrà **11** unitats docents. Cada unitat docent consisteix en dues hores teòriques i una hora pràctica. Les onze unitats són:

Fonaments

1. **Introducció.** Alguns problemes que volem resoldre. El mètode de la topologia algebraica. Categories. Functors. Transformacions naturals.
2. **Complexos de cadenes.** Idea heurística de l'homologia: símplex, cadenes, cicles i vores. Complexos de cadenes. Cicles, vores i homologia. La successió exacta llarga d'homologia. Homotopia.
3. **El complex singular.** Idea heurística de l'homologia d'un espai. El complex singular. Homologia en dimensió zero. Homologia reduïda. Homologia relativa.
4. **Les propietats fonamentals de l'homologia.** Invariància per homotopia. La successió exacta de Mayer-Vietoris. El teorema d'excisió. Teories d'homologia.

5. **Homologia de l'esfera i aplicacions.** L'homologia de S^n . Invariància de la dimensió i teorema del punt fix. Grau d'una aplicació $S^n \rightarrow S^n$. El teorema de separació de Jordan-Brouwer.
6. **Descomposicions cel·lulars.** Adjunció d'una cel·la a un espai. Exemples de CW-complexos finits. Homologia i adjunció de cel·les.
7. **Homologia dels CW-complexos i fórmula d'Euler.** Algunes propietats de l'homologia d'un CW-complex. El teorema d'unicitat. El rang d'un grup abelià. La característica d'Euler-Poincaré.
8. **Homologia amb coeficients i cohomologia.** Homologia amb coeficients. Cohomologia.

Aplicacions

1. **El teorema de de Rahm.** Formes diferencials i cohomologia de de Rham. El teorema de de Rham.
2. **Orientació de varietats.** Orientació local. Orientació global. La classe fonamental. El producte "barret".
3. **Dualitat de Poincaré.** Enunciat del teorema. Cohomologia amb suports compactes. Demostració del teorema de dualitat.

BIBLIOGRAFIA

- J. W. Vick, *Homology Theory*.
- M. Greenberg; J. R. Harper, *Algebraic Topology. A First Course*.
- J. P. May, *A Concise Course in Algebraic Topology*.
- C. T. J. Dodson; Ph. E. Parker, *A User's Guide to Algebraic Topology*.
- J. W. Milnor; J. D. Stasheff, *Characteristic Classes*.
- A. Hatcher, *Algebraic Topology*: <http://www.math.cornell.edu/~hatcher>