

Nom de l'assignatura : Grafs i Complexitat

Codi	Tipus	Curs/semestre	Crèdits
21295	• Optativa • Semestral	2n curs / 1er semestre	6

Professors

Nom	Tutories	Despatx	Direcció e-mail	Telèfon
Pere Guitart	dilluns de 11 a 1	S/260	pguitart@deic.uab.cat	937287757
Lorena Ronquillo	dimarts de 4 a 6	S/261	lronquillo@deic.uab.cat	937287757
Josep M. Sánchez	divendres de 6 a 7	S/261	jmsanchez@deic.uab.cat	937287757

Objectius

Es poden resumir en quatre:

- Introduir un conjunt d'eines formals, basades en els grafs, per a la representació i l'anàlisi de problemes d'optimització.
- Estudiar algunes de les propietats bàsiques dels tipus principals de grafs per tal de poder-les aplicar a la resolució de problemes pràctics.
- Mostrar una alternativa algorísmica rigorosa a la resolució intuïtiva (i sovint errònia) de problemes tan senzills d'enunciar com difícils de resoldre.
- Introduir des d'un punt de vista aplicat a l'anàlisi algorísmica (complexitat d'un algorisme) i la teoria de la complexitat (problemes tractables, intractables, etc.).

Les habilitats que s'aniran desenvolupant al llarg de l'assignatura són:

- Aprendre les propietats dels grafs com a model.
- Representar problemes mitjançant grafs.
- Aplicar esquemes algorísmics seqüencials clàssics (de cerca i de recorregut) per a la resolució de problemes de grafs.
- Conèixer problemes clàssics de grafs i noves tècniques de resolució de problemes.
- Assumir l'existència de problemes de difícil resolució en la pràctica i analitzar les diverses alternatives per a obtenir solucions factibles per a problemes intractables.

Les competències generals de la titulació que es pretén desenvolupar en aquesta assignatura són les següents:

- Capacitat d'abstracció.
- Capacitat d'anàlisi i síntesi.
- Comunicació escrita.
- Resolució de problemes.
- Treball en equip.
- Raonament crític.

Capacitats prèvies

Coneixements bàsics d'algorismes i de matemàtiques.

Continguts

1. Introducció i fonaments

1. Definicions bàsiques
2. Existència de grafs amb una seqüència de graus fixada: teorema dels graus i conseqüència; teorema de Havel i Hakimi
3. Tipus de grafs, subgrafs i propietats
4. Existència de grafs plans: fórmula d'Euler i conseqüències; caracterització de Kuratowski
5. Representació de grafs: matriu d'adjacència i llista d'adjacències

Introduir el model de graf, conèixer els tipus de grafs més usuals i algunes de les seves propietats.

2. Connectivitat, arbres i camins

1. Determinar si un graf és connex
2. Arbres generadors: seqüències de Prüfer
3. Trobar un arbre generador de cost mínim en un graf: mètodes de Kruskal i de Prim
4. Trobar el camí de cost mínim que uneix dos vèrtexs d'un graf: mètodes de Ford i de Dijkstra
5. Trobar tots els camins entre cada parell de vèrtexs: algorisme de Floyd

Algorismes bàsics de grafs que produeixen un arbre generador. Algorismes semblants per a resoldre problemes diversos. Anàlisi de la complexitat dels algorismes.

3. Circuits eulerians i circuits hamiltonians

1. Determinar si un graf és eulerià: teorema d'Euler
2. El problema del carter xinès
3. Determinar si un graf és hamiltonià: problemes intractables
4. El problema del viatjant: algorisme d'aproximació basat en l'aparellament perfecte òptim.

Problemes tan semblants, però tan diferents: tractabilitat i intractabilitat.

4. Coloració

1. Independència, cobertura i coloració
2. Fites per al nombre cromàtic dels vèrtexs
3. De quantes maneres podem pintar un graf si disposem de k colors : el polinomi cromàtic
4. Coloració dels grafs plans: tot mapa és 4-colorable

Un altre problema intractable. La demostració més famosa de la teoria de grafs.

Metodologia docent

Distingim tres tipus de sessions:

Les classes magistrals, que es fan els divendres i tenen una durada de dues hores, permeten introduir els aspectes fonamentals de cada tema. Generalment, es pren com a punt de partida la resolució d'un o més problemes relacionats amb el tema i, al final de la sessió, es proposen una sèrie d'exercicis i/o activitats que els estudiants hauran de fer. Alguns d'aquests exercicis s'hauran de fer en grup i lliurar-los, generalment a l'inici de la següent sessió de seminari.

Els seminaris, d'una hora els dimarts en grups reduïts, s'utilitzen per a la resolució, lliurament i correcció d'exercicis que es faran generalment en grup.

Les sessions complementàries, d'una hora els dimarts, complementen les lliçons magistrals introduïnt temes relacionats que els estudiants desenvoluparan d'una manera activa, i els seminaris, reforçant la resolució d'exercicis en aquells temes on sigui necessari.

Al final de cada tema es farà, en la sessió de divendres, una prova d'avaluació d'aquesta part i, en la sessió compartida dels dimarts i per als tres primers temes, un exercici d'avaluació que es podrà resoldre en grup i amb apunts i que estarà relacionat amb els exercicis que s'han lliurat o fet d'aquest tema.

Tota la informació de l'assignatura es publicarà al *Campus Virtual*. Remarcant que en l'apartat *agenda* hi trobareu el calendari actualitzat amb les dates de lliurament d'exercicis obligatoris, així com les dates previstes per a les avaluacions.

Aquest seria el *recorregut típic* d'una setmana lectiva completa, sense avaluació, d'un estudiant.

Classe magistral (2 hores presencials), estudi dels continguts teòrics (2 hores) i preparació del seminari (2 hores), seminari (1 hora presencial) i sessió complementària (1 hora presencial).

Avaluació

Primera convocatòria

L'avaluació és continuada i té en compte una part individual (70%), basada en proves d'avaluació, i una part en grup (30%), on es té en compte el lliurament d'exercicis i la realització d'exercicis d'avaluació.

La part individual consisteix en la realització de 4 **proves d'avaluació**, una després de cada tema, en horari de teoria. Dels set punts en joc, la prova d'avaluació del primer tema en val 2, la del segon i tercer en valen 1,5, i la del quart 2.

La part en grup consisteix en la realització de 3 sessions d'avaluació, una després de cada tema, en la qual caldrà resoldre en grup un o més **exercicis d'avaluació**. La nota d'aquests exercicis només es tindrà en compte si s'han lliurat els **exercicis obligatoris** corresponents a aquest tema.

Per al càlcul de la nota final només es tindran en compte aquelles proves i exercicis on la **nota no sigui inferior a quatre**.

Els estudiants que no facin l'avaluació continuada (no hagin participat en cap de les activitats d'avaluació, incloent el lliurament d'exercicis obligatoris) poden aprovar mitjançant l'examen final de primera convocatòria (dimarts 12 de juny, tarda).

Segona convocatòria

La nota en segona convocatòria dependrà del **lliurament d'exercicis de recuperació** (obligatoris), l'**examen de segona convocatòria** (50%), i la **prova d'exercicis** (50%) basada en els exercicis de recuperació (divendres 7 de setembre, matí). La llista d'exercicis de recuperació es farà pública abans de la publicació de les notes finals de primera convocatòria. El seu lliurament és condició necessària per a aprovar l'assignatura en segona convocatòria.

Bibliografia bàsica

- BASART, J.M. (1998) [1994]. *Grafs: fonaments i algorismes*. Manuals de la UAB, 13. Publicacions de la UAB. ISBN 84-490-1420-4.
- COMELLAS, F. (1996). *Matemàtica discreta*. Politext 26, Edicions UPC. ISBN 84-8301-062-3.
- GIBBONS, A. (1985). *Algorithmic Graph Theory*. Cambridge University Press. ISBN 0-521-24659-8.
- GIMBERT, J. *et al.* (1998). *Apropament a la teoria de grafs i als seus algorismes*. Edicions de la Universitat de Lleida, Eines, 23. ISBN 84-89727-65-1.
- GRIMALDI, R.P. (1989). *Matemáticas discreta y combinatoria*. Addison-Wesley Iberoamericana. ISBN 0-201-64406-1.
- GARCÍA M., F. *et al.* *Problemas resueltos de matemática discreta*. Thomson. ISBN 84-9732-210-X.

Bibliografia complementària

- BERGE, C. (1991). *Graphs*. North-Holland. ISBN 0-444-87603-0.
- McHUGH, J.A. (1990). *Algorithmic Graph Theory*. Prentice-Hall International. ISBN 0-13-019092-6.
- WILSON, R.J. (1990). *Introduction to Graph Theory*. Longman Scientific & Technical. ISBN 0-582-44685-6.

Enllaços web

Simulacions:

- [JavaGraph](#)
Applet que simula diversos algorismes de grafs.
- [Algorisme de Dijkstra](#)
Una simulació de l'algorisme de Dijkstra.

Adreces:

- [Graph Theory Lessons](#)
Lliçons de grafs per l'autor del programa *Petersen*.
- [Graph Theory Tutorials](#)
Tutorials interactius introductoris a la teoria de grafs.
- [Graph Theory](#)
Edició electrònica del llibre *Graph Theory* de Reinhard Diestel.
- [Graphviz - open source graph drawing software](#)
Projecte internacional de representació de grafs.