

PROBABILITAT. TERCER CURS DE MATEMÀTIQUES.

Curs 2006-07

PROFESSORS.

Teoria: Josep Lluís Solé (jllsole@mat.uab.es)

Problemes: Maria Jolis (mjolis@mat.uab.es)

OBJECTIUS.

La teoria de la probabilitat és un model matemàtic per l'atzar i els esdeveniments aleatoris. Breiman comenta "La Probabilitat té dues mans, amb la dreta utilitza les eines de la teoria de la mesura per fer el treball rigurós; amb l'esquerra pensa probabilísticament i redueix els problemes a situacions de jocs, tirades de monedes o al moviment d'una partícula física". Volem, com escriu Poincaré, contestar la pregunta: Com ens atrevim a parlar de les lleis de l'atzar? No és l'atzar l'antítesi de tota llei?

En finalitzar l'assignatura l'alumne, que entrarà en contacte per primera vegada amb la *teoria de la probabilitat* (model matemàtic per l'atzar), haurà de ser conscient de la riquesa de la teoria, que va dels aspectes matemàtics més sofisticats, a la més gran aplicabilitat. Coneixerà els seus continguts bàsics, i haurà desenvolupat una certa intuïció per a matematitzar situacions en les que intervé l'atzar. Concretament, l'alumne

- Haurà entès el model probabilístic (com a model matemàtic per a una situació d'incertesa) i serà capaç de construir diferents models per a situacions senzilles, valorant la seva adequació a la realitat a partir de les prediccions que utilitzant el model se'n poden fer, amb una actitud crítica i objectiva.
- Entendrà el concepte de variable aleatòria, que juga un paper fonamental tant en Probabilitat com en Estadística, i coneixerà les variables clàssiques i també els conceptes d'esperança i de variància d'una variable aleatòria. És important que l'alumne sigui capaç d'identificar les situacions d'incertesa en les quals determinats tipus de variable aleatòria sorgeixen de manera natural. És un objectiu fonamental de l'assignatura que ho aconsegueixi.
- Coneixerà els diferents tipus de convergència per a successions de variables aleatòries i les relacions entre elles.
- Coneixerà i serà capaç d'aplicar els grans resultats de la *teoria de la probabilitat* que es presenten: la llei forta dels gran nombres i el teorema central del Límit, sent conscient de la seva importància.

REQUISITS PREVIS.

Seria convenient, encara que no obligatori, haver cursat les assignatures Anàlisi Matemàtica I i II.

METODOLOGIA.

Per a la teoria tindrem dos textos bàsics, que seran seguits en un alt percentatge de continguts. També s'aniran deixant qüestions obertes per a ser pensades pels estudiants. Pel que fa als problemes se'ls hi donarà setmanalment una llista prèvia a la sessió de pràctiques, dels quals alguns seran treballats a la classe, i se'ls encoratjarà a explicar-los públicament i discutir conjuntament les dificultats, i a entregar-ne per escrit d'altres.

PROGRAMA.

1.- El Model Probabilístic

Fenòmens aleatoris. Espais de probabilitat. Condicionament i independència. Fórmula de Bayes. Probabilitats en un espai finit o numerable. Probabilitats en $\mathbf{R}$.

2.- Variables i vectors aleatoris

Definicions. Llei d'una variable aleatòria. Variables discretes i absolutament contínues. Algunes lleis importants i les seves propietats. Densitat de transformacions de variables. Vectors aleatoris. Variables independents. Distribucions condicionades.

3.- Esperança matemàtica

Introducció. Esperança de variables aleatòries simples i de variables no negatives. Integració respecte una probabilitat. Variables amb esperança finita. Càlcul d'esperances. Moments de variables aleatòries. Covariància. Funcions generatrius.

4.- Successions de variables aleatòries

Lemes de Borel-Cantelli. Convergència quasi segura, en probabilitat i en mitjana d'ordre p . Relacions entre elles.

5.- Lleis dels grans nombres

Lleis feble i forta dels grans nombres. Aplicacions.

6.- Convergència en llei i funcions característiques

Convergència feble de probabilitats. Convergència en llei de variables aleatòries. Funcions característiques.

7.- Teorema central del límit

Teorema central del límit de Lévy-Linderberg. Altres versions del teorema. Aplicacions.

AVALUACIÓ.

La **nota final F** tindrà en compte la nota de l'examen final de l'assignatura, **E**, i la nota del curs, **C**, obtinguda a partir de la d'un parcial que es farà a finals de novembre, i de les entregues, durant el primer semestre, de problemes escrits i treballs proposats. Concretament, la nota final es calcularà, en les dues convocatòries, de la següent manera:

$$F = \text{màxim} \{ E, 0.7 E + 0.3 C \}$$

BIBLIOGRAFIA.

Bàsica

- Sanz, M., Probabilitats. Col·lecció UB 28. Edicions de la Universitat de Barcelona.
- Jacod, J., and Protter, P., Probability Essencials. Springer. (també existeix una edició en francès titulada L'essential en théorie des probabilités, publicada per Cassini).

Complementària

- Chung, K.L., Teoria elemental de la probabilidad y de los procesos estocásticos. Reverté.
- DeGroot, M.H., Schervish, M., Probability and Statistics. Third Edition. Addison Wesley.
- Gut, A., An intermediate course in Probability. Springer Verlag.
- Gut, A., Probability: A graduate course. Springer texts in Statistics.
- Julià, O., Marquez, D., Rovira, C., Sarrà, M., Probabilitats: Problemes i més problemes. Publicacions i edicions de la Universitat de Barcelona.
- Feller, W., Introducción a la teoría de las probabilidades y sus aplicaciones. Vol. I. Limusa.