

GUIA DOCENT D'ANÀLISI VECTORIAL

**1.- Identificació de l'assignatura**

Nom de l'assignatura: ANALISI VECTORIAL

Codi: 28001

Nombre de crèdits: 6

**2.- Objectius de l'assignatura.**

L'objectiu principal de l'assignatura és que l'alumne es familiaritzi amb el càlcul vectorial en el pla i en l'espai i l'ús d'aquest llenguatge en alguns camps de la física. Concretament, l'alumne hauria d'entendre els conceptes de circulació i flux d'un camp, la noció de rotacional, les nocions de camps conservatius i camps solenoidals, els teoremes de Gauss, Stokes (Green en el pla) i com apareixen aquestes nocions en els camps clàssics de la física. Així mateix, les propietats bàsiques de les funcions harmòniques, associades als camps simultàniament conservatius i solenoidals, i els enuncis dels problemes de Dirichlet i Neumann. Pel que fa a camps vectorials no estacionaris, l'alumne hauria de conèixer les lleis de Maxwell de l'electromagnetisme i les equacions de Navier-Stokes de la mecànica de fluids.

La versió del anàlisi vectorial en dimensió superior a tres requereix del concepte de forma diferencial. Establir les bases d'aquest llenguatge es un altre objectiu, secundari, d'aquest curs.

**3.- Continguts.**

PRIMERA PART

1. Corbes i superfícies. Subvarietats

Repàs del teorema de la funció inversa i el teorema de la funció implícita. La noció de sistema de coordenades local. Definicions equivalents de corbes i superfícies regulars. Espais tangents i espais normals. Parametritzacions globals.

2. Integració de funcions en corbes i varietats

Repàs del concepte d'integral i del teorema fonamental del càlcul. Integrals de funcions de diverses variables. Transformació d'àrees i volums per transformacions lineals, repàs del teorema del canvi de variable. Longitud de corbes i àrea de superfícies, primera forma fonamental d'una superfície. Integral de funcions definides en corbes i superfícies, càlcul en coordenades locals. Parametritzacions essencialment globals.

3. Camps vectorials estacionaris

Camps vectorials en el pla i l'espai. Exemples, camps newtonians. Corbes integrals. Camps gradients. Orientació de corbes. Circulació d'un camp al llarg d'una corba orientada. Camps conservatius i funcions potencials, primera versió del teorema fonamental del càlcul en varies variables. Superfícies orientables i superfícies no orientables; flux d'un camp vectorial a través d'una superfície orientada, camps solenoidals i potencials vectors. Camps vectorials diferenciables. Noció de divergència i de rotacional, expressió en coordenades.

4. Els teoremes de Gauss, Stokes i Green.  
 Revisió del teorema fonamental del càlcul. Versions multidimensionals del teorema fonamental del càlcul. Demostració dels teoremes. Caracteritzacions globals dels camps continus conservatius i solenoidals . Caracteritzacions locals del camps diferenciables conservatius i solenoidals.

## SEGONA PART

5. Funcions harmòniques  
 Camps simultàniament conservatius i solenoidals, exemples de la física. L'operador laplaciana. Funcions harmòniques, propietats bàsiques. Formules de Green. Enunciats dels problemes de Dirichlet i de Neumann, l'equació de Poisson.
6. Camps no estacionaris  
 Moviment de fluids, modelització matemàtica. Derivada local i derivada total d'una funció. L'equació de continuïtat. Les equacions de Navier-Stokes de la mecànica de fluids. Les equacions de Maxwell de l'electromagnetisme.

## TERCERA PART

7. Formes diferencials  
 Revisió del concepte de determinant. Escates orientades en dominis del espai euclidià. Les formes diferencials com a funcions sobre escates orientades. Formalisme algebraic per a les escates orientades i les formes diferencials. Definició intrínseca de la derivada exterior d'una forma, expressió en coordenades. Correspondències entre camps i formes en el pla i l'espai. Formes exactes i formes tancades. Funció associada a una forma diferencial en una subvarietat orientada. Integració de formes diferencials sobre subvarietats orientades. Varietats amb vora, orientació de la vora. teorema de Stokes per a formes.

### 4.- Temps que ha de dedicar l'alumne per tal de superar l'assignatura.

TIPUS D'ACTIVITAT	Descripció	Hores
<b>ACTIVITATS PRESENCIALS</b>	Classes de teoria	40
	Classes de problemes	20
	Classes de pràctiques	0
	Activitats tutoritzades	0
	Realització de proves parcials	4
	Realització de èxams finals	4
<b>ACTIVITATS NO PRESENCIALS</b>	Estudi de teoria	30
	Realització de problemes	30
	Recerca Bibliogràfica	
	Preparació de pràctiques	
	Preparació de treballs	
	Preparació de èxams	20
	<b>TOTAL</b>	<b>148</b>

### 5. Capacitats o destreses a assolir

- Capacitats teòriques.  
 Conèixer i assimilar les nocions de corba i superfície regular, camps i línies integrals de camp., circulació i flux, camps conservatius i

solenoidals. la noció d'integral sobre una superfície, orientabilitat de superfícies. els teoremes de Gauss, Stokes i Green, les principals equacions de la física matemàtica, la noció de forma diferencial.

- Capacitats pràctiques o de problemes.  
Saber manipular coordenades locals, calcular àrees i volums, aplicar els teoremes de l'anàlisi vectorial, calcular funcions potencials i potencials vectors, decidir si un camp es conservatiu o solenoidal, saber utilitzar el formalisme algebraic de les formes diferencials, i aplicar el teorema de Stokes per a formes.

## 6.- Requisits previs.

És imprescindible que l'alumne hagi assimilat els continguts de les assignatures d'Anàlisi Matemàtica I i Anàlisi Matemàtica II, referents al càlcul diferencial i integral de funcions de diverses variables.

## 7.- Metodologia.

Hi ha quatre hores de classe a la setmana, on s'alternarà entre teoria i problemes, sense distinció horària ni planificació prèvia. Periòdicament l'alumne tindrà a la seva disposició una llista de problemes sobre les quals ha de treballar pel seu compte, alguns dels quals es comentaran i faran a classe. Els que no es facin a classe han de servir a l'alumne com a material de preparació per a l'avaluació. Aquestes llistes es podran baixar del Campus Virtual. També al Campus Virtual es trobaran tots els avisos, resultats de les avaluacions , etc així com resums de les diferents lliçons del programa.

## 8.- Avaluació.

Hi haurà dues avaluacions parcials, una de continguts teòrics ( dia 28 o 29 de Novembre, confirmació a Campus Virtual) i una altra de continguts pràctics ( dia 22 de Novembre, 9-11 a l'aula de classe). La mitjana d'aquestes dues proves dóna lloc a una qualificació T. L'examen final (el dia 28 de Gener) i el de recuperació d'aquest (2 de juliol) contemplaran qüestions de teoria (30-35%) i donen lloc a la qualificació E. La qualificació final s'obté mitjançant la fórmula  $F = \max(E, 0.7 E + 0.3 T)$ .

## 9.- Bibliografia.

**J.E.Marsden i A.J. Tromba**, Cálculo Vectorial, Ed Addison-Wesley. Per a la primera part de l'assignatura.

**J.Girbau**, Geometria Diferencial i Relativitat, Manuals UAB. Per a unes pinzellades de Física clàssica

**E.M.Purcell**, Electricidad y Magnetismo, Ed. Reverte. Específicament per a electricitat, magnetisme i les equacions de Maxwell, i per entendre els teoremes de Gauss i Stokes en el seu contexte original.

**J.M.Burgues**, Integració i càlcul vectorial, Manuals UAB. Per a repassar la teoria d'integració en diverses variables i la tercera part del programa

Al Campus Virtual hi haurà a disposició dels alumnes uns apunts de l'assignatura.

## 10.- Professorat.

Tot a càrrec de Joaquim Bruna. Despatx C1-108, consultes dimecres i divendres de 15 a 17; [bruna@mat.uab.es](mailto:bruna@mat.uab.es). telefon 935813468