

---

Curs 2006-2007

## Presentació i Objectius de l'assignatura

El contingut d'aquesta assignatura és de Teoria de Galois i el problema principal que es tracta és la resolució d'equacions algebraiques. L'estudi d'aquest problema es fa a través de dos salts d'abstracció, o, millor dit, dues traduccions a camps aparentment diferents. El primer és la traducció al llenguatge de cossos i extensions de cossos; el segon pas, el més espectacular i a la vegada el més profund, és la traducció del problema a un problema de grups finits. El desenvolupament de la teoria es fa a base d'eines introduïdes en els cursos anteriors, algunes de camps aparentment allunyats, de forma que adquireixen un nou sentit i mostren tota la seva potència.

L'assignatura està estructurada en tres parts:

- Teoria de grups.
- Cossos i extensions de cossos.
- Els teoremes de Galois.

L'objectiu de la primera part és que l'alumne domini completament les tècniques elementals de teoria de grups (introduïdes en cursos anteriors), i aprengui les propietats principals dels grups resolubles i les tècniques bàsiques en l'estudi de grups de permutacions i grups finits.

L'objectiu de la segona part és que l'alumne aprengui els conceptes d'extensió de cossos finita, algebraica, transcendent, simple, normal i separable, els conceptes de cos de descomposició d'una família de polinomis sobre un cos donat i de clausura algebraica d'un cos donat, aprengui a fer càlculs en extensions finites de cossos com ara  $\mathbb{Q}$  i  $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ , amb  $p$  primer. També és un objectiu d'aquesta segona part que l'alumne aprengui els teoremes bàsics sobre els conceptes anteriors i sobre automorfismes de cossos.

L'objectiu de la tercera part és que l'alumne entengui la correspondència de Galois i els resultats principals de la teoria de Galois. També és un objectiu d'aquesta part que l'alumne aprengui a fer explícita la correspondència de Galois per a extensions finites de Galois de grau petit.

## Coneixements matemàtics previs

Requisits del curs: Àlgebra lineal i un curs bàsic d'àlgebra abstracta, amb continguts de grups, anells de polinomis i divisibilitat. Aquests temes estan continguts en les assignatures Introducció a l'Àlgebra Lineal, Matemàtica Discreta i Fonaments d'Àlgebra de l'actual pla d'estudis de la titulació de Matemàtiques.

# Programa

## 1. Introducció.

- Resolució d'equacions de grau 2,3 i 4.
- El problema de la resolubilitat per radicals.

## 2. Teoria de grups.

- Subgrups normals, teoremes d'isomorfia.
- Grups de permutacions.
- Grups resolubles.
- Simplicitat de  $A_n$ ,  $n \geq 5$ .
- Els teoremes de Sylow.

## 3. Cossos i extensions de cossos.

- Elements algebraics i elements transcendent.
- Extensions de cossos i extensions finites.
- Extensions simples i extensions algebraiques.
- Cos de descomposició d'una família de polinomis, existència i unicitat.
- Cossos finits.
- Cossos algebraicament tancats. Clausura algebraica.
- Extensions normals.
- Extensions separables. Cossos perfectes.
- El lema de Dedekind. Grup de Galois d'una extensió de cossos. Extensions de Galois.

## 4. Els teoremes de Galois.

- El teorema principal de la teoria de Galois.
- El teorema de l'element primitiu. Resolubilitat d'equacions.
- Polinomis ciclotòmics. Extensions cíclics. El teorema 90 de Hilbert.
- Resolució d'equacions en característica zero.
- Irresolubilitat de la quàntica general.
- Exemples d'equacions irresolubles sobre  $\mathbb{Q}$ .

# Bibliografia

## Bibliografia bàsica

Ana M. de Viola-Prioli y Jorge E. Viola-Prioli, *Teoría de Cuerpos y Teoría de Galois*, Ed. Reverté, Barcelona, 2006.

## Bibliografia complementària

- J. Rotman, *Galois Theory*, Universitext, Springer-Verlag, New York, 1990.
- D.J.H. Garling, *A course in Galois Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1986.
- I. Stewart, *Galois Theory*, Chapman and Hall, London, 1973.
- P.M. Cohn, *Algebra*, vol 1, Second Edition, John Wiley & Sons, New York, 1982.
- P.M. Cohn, *Algebra*, vol 2, John Wiley & Sons, New York, 1977.
- E. Artin, *Teoría de Galois*, Ed. Vicens-Vives, Barcelona 1970.
- H.M. Edwards, *Galois Theory*, Springer-Verlag, New York, 1984.

## Professors

*Teoria*: Ferran Cedó, despatx C1/352, hores de consulta a convenir.

*Problemes*: Salvador Comalada, despatx C1/218, hores de consulta a convenir.

## Avaluació

Durant el curs els alumnes han de resoldre els problemes d'una llista de problemes que tindran en iniciar el curs. Els alumnes hauran d'entregar la solució d'uns problemes seleccionats de la llista al llarg del semestre (ja s'avisarà de les dates d'entrega i de quins són els problemes que s'han d'entregar). Els problemes es corregiran i cada alumne obtindrà una nota d'avaluació contínua. Així durant el curs cada alumne tindrà unes notes d'avaluació contínua d'entrega de problemes. Cada alumne obtindrà una nota final (entre 0 i 10) d'avaluació contínua d'entrega de problemes:  $N_c$ .

El dilluns 20 de novembre hi haurà un examen parcial durant les hores de classe de teoria i de problemes, és a dir, de les 9 a les 10:50 del matí a l'aula de classe. Cada alumne obtindrà una nota (entre 0 i 10):  $N_p$ .

Al final hi haurà un examen de tota l'assignatura amb una part de teoria i una part de problemes. Cada alumne que es presenti a aquest examen obtindrà una nota (entre 0 i 10):  $N_e$ .

La nota final  $N_f$  de la convocatòria de Febrer de 2007 es calcularà per la fórmula:

$$N_f = 0.15 \cdot N_c + 0.15 \cdot N_p + 0.70 \cdot N_e.$$

Als alumnes que no es presentin a l'examen final d'una convocatòria, els hi constarà un "no presentat" a la convocatòria corresponent.

La nota final de la convocatòria de Juliol de 2007 s'obtindrà exclusivament d'un examen final de tota l'assignatura amb una part de teoria i una part de problemes.