

Grafs i Complexitat

Codi	Tipus	Curs/semestre	Crèdits ECTS
21295	<ul style="list-style-type: none"> • Optativa • Semestral 	2n curs / 1er semestre	5

Professors

Nom	Despatx	Direcció e-mail	Telèfon
Pere Guitart	S/260	pguitart@deic.uab.cat	937277757
Maria del Mar López	S/262	mmlopez@deic.uab.cat	937287757
Marc Ortega	S/260	mortega@deic.uab.cat	937287757

Coordinador/a: Pere Guitart

Objectius

Es poden resumir en quatre:

- Introduir un conjunt d'eines formals, basades en els grafs, per a la representació i l'anàlisi de problemes d'optimització.
- Estudiar algunes de les propietats bàsiques dels tipus principals de grafs per tal de poder-les aplicar a la resolució de problemes pràctics.
- Mostrar una alternativa algorísmica rigorosa a la resolució intuïtiva (i sovint errònia) de problemes tan senzills d'enunciar com difícils de resoldre.
- Introduir des d'un punt de vista aplicat a l'anàlisi algorísmica (complexitat d'un algorisme) i la teoria de la complexitat (problemes tractables, intractables, etc.).

Les habilitats que s'aniran desenvolupant al llarg de l'assignatura són:

- Aprendre les propietats dels grafs com a model.
- Representar problemes mitjançant grafs.
- Aplicar esquemes algorísmics seqüencials clàssics (de cerca i de recorregut) per a la resolució de problemes de grafs.
- Conèixer problemes clàssics de grafs i noves tècniques de resolució de problemes.
- Assumir l'existència de problemes de difícil resolució en la pràctica i analitzar les diverses alternatives per a obtenir solucions factibles per a problemes intractables.

Les competències generals de la titulació que es pretén desenvolupar en aquesta assignatura són les següents:

- Resolució de problemes.
- Comunicació oral i escrita.
- Treball en equip.
- Comportament ètic.
- Constància en el treball.
- Capacitat d'anàlisi i de síntesi.
- Raonament crític.

Capacitats prèvies

Coneixements bàsics d'algorismes i de matemàtiques.

Continguts

(T: teoria, S: seminaris, PS: preparació de seminaris, L: laboratoris, PP: preparació pràctiques, E: estudi, AA: altres activitats)

1. Introducció i fonaments.	T	S	PS	L	PP	E	AA	Total
		9	3	9			6	4

1. Definicions bàsiques
 2. Existència de grafs amb una seqüència de graus fixada: teorema dels graus i conseqüència; teorema de Havel i Hakimi
 3. Tipus de grafs, subgrafs i propietats
 4. Existència de grafs plans: fórmula d'Euler i conseqüències; caracterització de Kuratowski
 5. Representació de grafs: matriu d'adjacència i llista d'adjacències

Introduir el model de graf, conèixer els tipus de grafs més usuals i algunes de les seves propietats.

2. Connectivitat, arbres i camins	T	S	PS	L	PP	E	AA	Total
		9	3	9			6	4

1. Determinar si un graf és connex
 2. Arbres generadors: seqüències de Prüfer
 3. Trobar un arbre generador de cost mínim en un graf: mètodes de Kruskal i de Prim
 4. Trobar el camí de cost mínim que uneix dos vèrtexs d'un graf: mètodes de Ford i de Dijkstra
 5. Trobar tots els camins entre cada parell de vèrtexs: algorisme de Floyd.

Algorismes bàsics de grafs que produeixen un arbre generador. Algorismes semblants per a resoldre problemes diversos. Anàlisi de la complexitat dels algorismes.

3. Circuits eulerians i circuits hamiltonians	T	S	PS	L	PP	E	AA	Total
		8	2	8			6	4

1. Determinar si un graf és eulerià: teorema d'Euler
 2. El problema del carter xinès
 3. Determinar si un graf és hamiltonià: mètode de Robert i Flores
 4. Introducció intuïtiva a la teoria de la complexitat: problemes tractables i intractables
 5. El problema del viatjant: algorisme d'aproximació basat en l'aparellament perfecte òptim.

Problemes tan semblants, però tan diferents: tractabilitat i intractabilitat.

4. Coloració de vèrtexs	T	S	PS	L	PP	E	AA	Total
		8	2	8			6	4

1. Independència, cobertura i coloració
 2. Fites per al nombre cromàtic dels vèrtexs
 3. De quantes maneres podem pintar un graf si disposem de k colors : el polinomi cromàtic
 4. Coloració dels grafs plans: tot mapa és 4-colorable.

Un altre problema intractable. La demostració més famosa de la teoria de grafs.

Metodologia docent

Les **classes de teoria**, de dues hores els dimarts, es basen en la lliça magistral clàssica: el professor introdueix els continguts teòrics bàsics del tema i dona indicacions sobre com treballar-lo. Moltes sessions estan orientades a la resolució de problemes: es considera un problema aplicat com a punt de partida i, mitjançant la seva resolució, es va desenvolupant la teoria relacionada relacionada amb aquest. *Els estudiants han de prendre una actitud activa en aquestes sessions, aprofitant les pauses programades per a deduir ells mateixos la solució a voltes intuïtiva d'alguns problemes, assimilant així els coneixements.* Al final de la sessió es proposen exercicis que els estudiants hauran de resoldre en grup i lliurar a l'inici del proper seminari, i es donen indicacions per a fer-los. Deixant de banda alguns exercicis mecànics i els casos en què s'especifiqui el contrari, *els estudiants han de plantejar, discutir, resoldre i argumentar convenientment la solució als exercicis proposats de manera autònoma, basant-se bàsicament en la teoria i les indicacions que s'han donat.* L'objectiu és que els estudiants dedueixin una solució, no que la localitzin i la treballin per tal d'aprendre-la o memoritzar-la (especialment si es troba a internet). És per això que es valorarà més una solució ben argumentada, potser no del tot correcta, que una solució correcta poc argumentada o difícilment justificable.

Tot i que els exercicis es lliuraran en grup, *els estudiants hauran de fer constar de manera individual la seva participació o no en cada exercici*, que s'haurà de lliurar imprès apart fent servir la **plantilla de lliurament d'exercicis** que es proporcionarà al Campus Virtual. **Participar en un exercici significa assumir l'exercici del grup com a propi i, per tant, ser capaç de defensar-lo i exposar-lo.** En la valoració dels exercicis es tindrà en compte també la forma, la notació usada, la manera d'expressar-se i l'ús del llenguatge.

Els **seminaris** tenen com a finalitat el lliurament, la correcció, l'exposició pública i la discussió dels exercicis. En cada sessió, tres estudiants escollits a l'atzar disposaran d'un màxim de 15 minuts cadascun per tal d'exposar públicament la solució lliurada d'alguns dels exercicis en els quals ha participat. Cada estudiant haurà de presentar, com a mínim, un exercici al llarg del curs. Aquesta presentació forma part de l'avaluació i té com a finalitat millorar les competències orals i escrites dels estudiants. Es valorarà tant la forma de l'exposició, com el contingut, essent l'objectiu principal de l'exposició que aquesta pugui ser seguida de manera satisfactòria per la resta d'estudiants presents.

Les sessions no desdoblades de divendres complementen les classes teòriques i els seminaris, introduïnt temes relacionats que els estudiants desenvoluparan d'una manera activa o reforçant la resolució d'exercicis en aquells temes on sigui necessari.

Tota la informació de l'assignatura es publicarà al *Campus Virtual*. Remarcar que en l'apartat *agenda* hi trobareu el calendari actualitzat amb les dates de lliurament d'exercicis, així com les dates previstes per a les avaluacions.

Aquest seria el *recorregut típic* d'una setmana lectiva completa, sense avaluació, d'un estudiant.

Distingim tres tipus de sessions:

Les classes teòriques, que es fan els dimarts i tenen una durada de dues hores, permeten introduir els aspectes fonamentals de cada tema. Generalment, es pren com a punt de partida la resolució d'un o més problemes relacionats amb el tema i, al final de la sessió, es proposen una sèrie d'exercicis i/o activitats que els estudiants hauran de fer. Alguns d'aquests exercicis s'hauran de fer en grup i lliurar-los, generalment a l'inici de la següent sessió de seminari, els divendres.

Aquest seria el *recorregut típic* d'una setmana lectiva completa, sense avaluació, d'un estudiant.

Classe teòrica (2 hores presencials), estudi dels continguts teòrics (2 hores) i preparació del seminari (3 hores), seminari (1 hora presencial) i sessió complementària (1 hora presencial).

Avaluació

L'avaluació és continuada i té en compte quatre **proves d'avaluació** (60%), el **lliurament d'exercicis** (30%) i l'**exposició pública d'exercicis** (10%).

- *Proves d'avaluació:* n'hi ha quatre, una després de cada tema. Cada prova representa 1,5 punts de la nota final. En el càlcul de la nota final, no es tindran en compte les notes d'aquelles proves amb nota inferior a un 3,5. En funció del calendari, hi ha la possibilitat que dues proves es realitzin el mateix dia. Es considera com a **no presentat** l'estudiant que no es presenti a cap prova d'avaluació. Els estudiants que no aprovin en primera convocatòria podran presentar-se a les proves de recuperació dels temes que no hagin aprovat.
- *Lliurament d'exercicis:* es fan en grup i cal lliurar-los, si no s'indica el contrari, a l'inici de la sessió de seminari. Els exercicis que cal lliurar es faran públics a l'agenda del Campus Virtual. Hi haurà una plantilla de lliurament on es farà constar, per a cada estudiant del grup, si ha participat o no en l'exercici (només participen els estudiants que estan al seminari o justifiquen l'absència). La nota final d'exercicis de cada estudiant dependrà del nombre d'exercicis demanats, del nombre d'exercicis en què ha participat i de la nota obtinguda en el subconjunt d'exercicis corregits d'entre els que l'estudiant ha participat (no es corregiran tots els exercicis). Per exemple, un estudiant ha participat en 30 exercicis del 40 que s'han hagut de lliurar. D'aquests se n'han corregit 8 amb nota mitjana 8,0. La nota final d'exercicis d'aquest estudiant serà un 6. ($8 \cdot 30/40$).
- *Exposició pública d'exercicis:* en horari de seminari, es seleccionarà un estudiant d'un grup per a què exposi públicament com han resolt un dels exercicis que han lliurat. Es valorarà tant la qualitat de l'exposició com la resolució del problema. L'exercici exposat formarà part dels exercicis corregits de tots els membres del grup. Cas que l'estudiant demostrï un coneixement insuficient de l'exercici es puntuarà com a zero l'exposició i l'exercici.

Avaluació continuada	Examen final	2ª convocatòria
<input type="checkbox"/> NO	<input checked="" type="checkbox"/> No n'hi ha	<input checked="" type="checkbox"/> Només es poden recuperar les proves d'avaluació no fetes o amb nota inferior a 5. La resta de notes es mantenen de la primera convocatòria. Constarà com a no presentat l'estudiant que no es presenti a cap prova de recuperació.
<input checked="" type="checkbox"/> SI En què consisteix? Quatre proves d'avaluació (60%), lliurament d'exercicis en grup (30%) i exposició pública d'exercicis (10%). Els estudiants que per motius laborals no puguin assistir regularment a classe han de comunicar-ho a l'inici de curs. Podran lliurar els exercicis en grup en les dates establertes. Hauran de venir a exposar exercicis i a justificar-ne l'autoria en horari concertat amb el professor. Es considera No Presentat l'estudiant que no hagi realitzat cap prova d'avaluació.		<input type="checkbox"/> Només per als alumnes que satisfacin els requisits següents:

Bibliografia bàsica

- BASART, J.M. (1998) [1994]. *Grafs: fonaments i algorismes*. Manuals de la UAB, 13. Publicacions de la UAB. ISBN 84-490-1420-4.
- COMELLAS, F. (1996). *Matemàtica discreta*. Politext 26, Edicions UPC. ISBN 84-8301-062-3.
- GIBBONS, A. (1985). *Algorithmic Graph Theory*. Cambridge University Press. ISBN 0-521-24659-8.
- GIMBERT, J. *et al.* (1998). *Apropament a la teoria de grafs i als seus algorismes*. Edicions de la Universitat de Lleida, Eines, 23. ISBN 84-89727-65-1.
- GRIMALDI, R.P. (1989). *Matemáticas discreta y combinatoria*. Addison-Wesley Iberoamericana. ISBN 0-201-64406-1.
- GARCÍA M., F. *et al.* *Problemas resueltos de matemática discreta*. Thomson. ISBN 84-9732-210-X.

Bibliografia complementària

- BERGE, C. (1991). *Graphs*. North-Holland. ISBN 0-444-87603-0.
- McHUGH, J.A. (1990). *Algorithmic Graph Theory*. Prentice-Hall International. ISBN 0-13-019092-6.
- WILSON, R.J. (1990). *Introduction to Graph Theory*. Longman Scientific & Technical. ISBN 0-582-44685-6.

Enllaços web

Simulacions:

- [JavaGraph](#)
Applet que simula diversos algorismes de grafs.
- [Algorisme de Dijkstra](#)
Una simulació de l'algorisme de Dijkstra.

Adreces:

- [Graph Theory Lessons](#)
Lliçons de grafs per l'autor del programa *Petersen*.
- [Graph Theory Tutorials](#)
Tutorials interactius introductoris a la teoria de grafs.
- [Graph Theory](#)
Edició electrònica del llibre *Graph Theory* de Reinhard Diestel.
- [Graphviz - open source graph drawing software](#)
Projecte internacional de representació de grafs.