

Grafs i complexitat

Codi	Tipus	Curs/Semestre	Crèdits
20346	Obligatòria Semestral	2007 / 2008	4,5

Objectius

Competències específiques

Coneixements

- Introduir un conjunt d'eines formals, basades en els grafs, per a la representació i l'anàlisi de problemes d'optimització.
- Estudiar algunes de les propietats bàsiques dels tipus principals de grafs per tal de poder-les aplicar a la resolució de problemes pràctics.
- Mostrar una alternativa algorísmica rigorosa a la resolució intuïtiva (i sovint errònia) de problemes tan senzills d'enunciar com difícils de resoldre.
- Introduir des d'un punt de vista aplicat a l'anàlisi algorísmica (complexitat d'un algorisme) i la teoria de la complexitat (problemes tractables, intractables, etc.).

Habilitats

- Aprendre les propietats dels grafs com a model.
- Representar problemes mitjançant grafs.
- Aplicar esquemes algorísmics seqüencials clàssics (de cerca i de recorregut) per a la resolució de problemes de grafs.
- Conèixer problemes clàssics de grafs i noves tècniques de resolució de problemes.
- Assumir l'existència de problemes de difícil resolució en la pràctica.
- Analitzar les diverses alternatives per a obtenir solucions factibles per a problemes intractables.
- Saber exposar en públic la resolució de problemes.
- Escriure fent un ús correcte del llenguatge i de la notació matemàtica bàsica.
- Entendre la dinàmica de demostracions matemàtiques simples.
- Assumir un comportament ètic en relació a l'autoria i l'accés a fonts d'informació alienes.

Competències genèriques

- Resolució de problemes.
- Comunicació oral i escrita.
- Treball en equip.
- Comportament ètic.
- Constància en el treball.
- Capacitat d'anàlisi i de síntesi.
- Raonament crític.

Capacitats prèvies

Coneixements bàsics d'algorismes i de matemàtiques.

Continguts

<p>1. Introducció i fonaments.</p>	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Definicions bàsiques 2. Existència de grafs amb una seqüència de graus fixada: teorema dels graus i conseqüència; teorema de Havel i Hakimi 3. Tipus de grafs, subgrafs i propietats 4. Existència de grafs plans: fórmula d'Euler i conseqüències; caracterització de Kuratowski 5. Representació de grafs: matriu d'adjacència i llista d'adjacències <p>Introduir el model de graf, conèixer els tipus de grafs més usuals i les seves propietats.</p>	
<p>2. Connectivitat, arbres i camins</p>	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Determinar si un graf és connex 2. Arbres generadors: seqüències de Prüfer 3. Trobar un arbre generador de cost mínim en un graf: mètodes de Kruskal i de Prim 4. Trobar el camí de cost mínim que uneix dos vèrtexs d'un graf: mètodes de Ford i de Dijkstra 5. Trobar tots els camins entre cada parell de vèrtexs: algorisme de Floyd. <p>Algorismes bàsics de grafs que produeixen un arbre generador. Anàlisi de la complexitat dels algorismes.</p>	
<p>3. Circuits eulerians i circuits hamiltonians</p>	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Determinar si un graf és eulerià: teorema d'Euler 2. El problema del carter xinès 3. Determinar si un graf és hamiltonià: mètode de Robert i Flores 4. Introducció intuïtiva a la teoria de la complexitat: problemes tractables i intractables 5. El problema del viatjant: algorisme d'aproximació basat en l'aparellament perfecte òptim. <p>Problemes tan semblants, però tan diferents: tractabilitat i intractabilitat.</p>	
<p>4. Coloració de vèrtexs</p>	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Independència, cobertura i coloració 2. Fites per al nombre cromàtic dels vèrtexs 3. Coloració dels grafs plans: tot mapa és 4-colorable. 4. De quantes maneres podem pintar un graf si disposem de k colors : el polinomi cromàtic <p>Un altre problema intractable. La demostració més famosa de la teoria de grafs.</p>	

Metodologia docent

Les **classes de teoria**, de dues hores els dilluns, es basen en la lliçó magistral clàssica: el professor introdueix els continguts teòrics bàsics del tema i dóna indicacions sobre com treballar-lo. Moltes sessions estan orientades a la resolució de problemes: es considera un problema aplicat com a punt de partida i, mitjançant la seva resolució, es va desenvolupant la teoria relacionada relacionada amb aquest. *Els estudiants han de prendre una actitud activa en aquestes sessions, aprofitant les pauses programades per a deduir ells mateixos la solució a voltes intuïtiva d'alguns problemes, assimilant així els coneixements*. Al final de la sessió es proposen exercicis que els estudiants hauran de resoldre en grup i lliurar a l'inici del proper seminari, i es donen indicacions per a fer-los. Deixant de banda alguns exercicis mecànics i els casos en què s'especifiqui el contrari, els estudiants han de plantejar, discutir, resoldre i argumentar convenientment la solució als exercicis proposats de manera autònoma, basant-se bàsicament en la teoria i les indicacions que s'han donat.

L'objectiu és que els estudiants dedueixin una solució, no que la localitzin i la treballin per tal d'aprendre-la o memoritzar-la (especialment si es troba a internet). És per això que es valorarà més una solució ben argumentada, potser no del tot correcta, que una solució correcta poc argumentada o difícilment justificable. Tot i que els exercicis es lliuraran en grup, *els estudiants hauran de fer constar de manera individual la seva participació o no en cada exercici*, que s'haurà de lliurar imprès apart fent servir la **plantilla de lliurament d'exercicis** que es proporcionarà al Campus Virtual. **Participar en un exercici significa assumir l'exercici del grup com a propi i, per tant, ser capaç de defensar-lo i exposar-lo**. En la valoració dels exercicis es tindrà en compte també la forma, la notació usada, la manera d'expressar-se i l'ús del llenguatge.

Els **seminaris** tenen com a finalitat el lliurament, la correcció, l'exposició pública i la discussió dels exercicis. Cada dues sessions, un estudiant escollit a l'atzar disposarà d'un màxim de 15 minuts per tal d'exposar públicament la solució lliurada d'alguns dels exercicis en els quals ha participat. Cada estudiant haurà de presentar, com a mínim, un exercici al llarg del curs. Aquesta presentació forma part de l'avaluació i té com a finalitat millorar les competències orals i escrites dels estudiants. Es valorarà tant la forma de l'exposició, com el contingut, essent l'objectiu principal de l'exposició que aquesta pugui ser seguida de manera satisfactòria per la resta d'estudiants presents. Aquests seminaris són obligatoris i és necessari assistir-hi a un 80% de les classes.

Tota la informació de l'assignatura es publicarà al *Campus Virtual*. Remarcar que en l'apartat *agenda* hi trobareu el calendari actualitzat amb les dates de lliurament d'exercicis, així com les dates previstes per a les avaluacions.

Aquest seria el *recorregut típic* d'una setmana lectiva completa, sense avaluació, d'un estudiant.
Classe teòrica (2 hores presencials), estudi dels continguts teòrics (2 hores) i preparació del seminari (3 hores), seminari (1 hora presencial).

Avaluació

1a convocatòria (febrer/juny)		2a convocatòria (juliol/setembre)
Avaluació en grups	Avaluació individual	
	SI En què consisteix? Quatre proves d'avaluació (60%), lliurament d'exercicis	

<p>No n'hi ha</p>	<p>en grup (30%) i exposició pública d'exercicis (10%).</p> <p>És necessari un 80% d'assistència a les classes dels seminaris.</p> <p>Els estudiants que per motius laborals no puguin assistir regularment a classe han de comunicar-ho a l'inici de curs. Podran lliurar els exercicis en grup en les dates establertes. Hauran de venir a exposar exercicis i a justificar-ne l'autoria en horari concertat amb el professor.</p> <p>Es considera No Presentat l'estudiant que no hagi realitzat cap prova d'avaluació.</p>	<p>Només es poden recuperar les proves d'avaluació no fetes o amb nota inferior a 5. La resta de notes es mantenen de la primera convocatòria.</p> <p>Constarà com a no presentat l'estudiant que no es presenti a cap prova de recuperació.</p>
-------------------	---	--

Bibliografia bàsica

- BASART, J.M. (1998) [1994]. Grafs: fonaments i algorismes. Manuals de la UAB, 13. Publicacions de la UAB. ISBN 84-490-1420-4.
- COMELLAS, F. (1996). Matemàtica discreta. Politext 26, Edicions UPC. ISBN 84-8301-062-3.
- GIBBONS, A. (1985). Algorithmic Graph Theory. Cambridge University Press. ISBN 0-521-24659-8.
- GIMBERT, J. et al. (1998). Apropament a la teoria de grafs i als seus algorismes. Edicions de la Universitat de Lleida, Eines, 23. ISBN 84-89727-65-1.
- GRIMALDI, R.P. (1989). Matemáticas discreta y combinatoria. Addison-Wesley Iberoamericana. ISBN 0-201-64406-1.
- GARCÍA M., F. et al. Problemas resueltos de matemática discreta. Thomson. ISBN 84-9732-210-X.

Bibliografia complementària

- BERGE, C. (1991). Graphs. North-Holland. ISBN 0-444-87603-0.

- McHUGH, J.A. (1990). Algorithmic Graph Theory. Prentice-Hall International. ISBN 0-13-019092-6.
- WILSON, R.J. (1990). Introduction to Graph Theory. Longman Scientific & Technical. ISBN 0-582-44685-6.

Enllaços

Tutorials interactius introductoris a la teoria de grafs.	http://www.utm.edu/departments/math/graph/
Edició electrònica del llibre Graph Theory de Reinhard Diestel.	http://www.math.uni-hamburg.de/home/diestel/books/graph.theory/
Projecte internacional de representació de grafs.	http://www.graphviz.org/
Applet que simula diversos algorismes de grafs.	http://www.ccd.uab.es/%7Ejaume/graphgui33/GraphApplet.html
Una simulació de l'algorisme de Dijkstra.	http://marina.fortunecity.com/nelson/457/Dijkstra.html
Lliçons de grafs per l'autor del programa Petersen.	http://oneweb.utc.edu/~Christopher-Mawata/petersen/
Applet que permet editar i simular diversos algorismes de grafs.	http://www.ccd.uab.es/~jaume/proj/GrafEditor/GrafPaginaWeb.html