

LLICENCIATURA DE MATEMÀTIQUES

GUIA DOCENT D'ANÀLISI MATEMÀTICA I

1.- IDENTIFICACIÓ DE L'ASSIGNATURA.

Nom: Anàlisi Matemàtica I

Codi: 27995

Crèdits: 9

Tipus: Troncal de primer semestre.

Horari de les classes de teoria: dimecres de 9 a 11 i divendres d'11 a 12.

Horari de les classes de problemes: dimarts de 12 a 14 i divendres de 10 a 11.

2.- OBJECTIUS.

Aquesta assignatura és la continuació natural de l'assignatura de Càlcul Infinitesimal de primer curs. Així, finalitzarem l'estudi de funcions d'una variable real i més en general de l'Anàlisi bàsic a la recta real.

El principal objectiu és que l'alumne assoleixi una maduresa en la manipulació de la noció de convergència, ja sigui de successions o sèries de funcions como d'integrals impròpies.

L'alumne que superi l'assignatura, tindrà a més, una certa destresa en la utilització dels diferents criteris que es fan servir per decidir la convergència dels objectes amb què treballarem a l'assignatura.

Finalment, també és objectiu d'aquesta matèria, que l'estudiant entengui perfectament la noció de convergència uniforme de successions de funcions.

3.- CONTINGUTS

1. Integrals impròpies.

- Extensió de la noció d'integral de Riemann per a funcions o intervals no acotats.
- Convergència d'integrals impròpies.
- Criteris de convergència per a funcions positives.
- Criteri de Dirichlet.

2. Integrals depenents d'un paràmetre.

- Funcions reals de dues variables.
- Continuitat i derivades parcials.
- Propietats de les funcions definides per integrals depenents d'un paràmetre.
- Integrals impròpies depenents d'un paràmetre.
- La funció Gamma d'Euler. La funció Beta.
- Integrals eulerianes.

3. Sèries numèriques.

- Noció de sèrie convergent.
- Sèries de termes positius. Criteris de convergència.
- Convergència absoluta i convergència condicional.
- Criteri de Leibniz. Criteri de Dirichlet.
- Teorema de Riemann.

4. Convergència uniforme i sèries de potències.

- Successions de funcions.
- Convergència puntual i uniforme.
- Comportament de la continuïtat i la derivabilitat davant de la convergència uniforme.
- Sèries de funcions.
- Criteri M de Weierstrass.
- Sèries de potències.
- Radi de convergència.
- Teorema d'Abel.
- Funcions analítiques.
- El teorema de Stone-Weierstrass.

5. Sèries de potències complexes.

- Funcions de variable complexa.
- Continuïtat i derivabilitat de funcions de variable complexa.
- Teorema fonamental de l'Àlgebra.
- Sèries de nombres complexos.
- Sèries de potències.
- L'exponencial complexa. Les funcions trigonomètriques.

6. Construcció del cos dels nombres reals.

- L'anell de successions de Cauchy de nombres racionals.
- Construcció de $\mathbf{R}$.
- Completitud de $\mathbf{R}$.

4.- TEMPS QUE HA DE DEDICAR UN ALUMNE A L'ASSIGNATURA.

El temps previst en la següent taula és aproximat i, evidentment, cada estudiant l'ha d'adaptar a la seva situació. En qualsevol cas i tenint en compte que aquesta assignatura té assignats 9 crèdits, és a dir el 30% dels crèdits d'un semestre estàndar, s'ha de pensar que cal dedicar-li de l'ordre de 12-14 hores setmanals (classes presencials incloses) i que aquesta dedicació no ha de concentrar-se en l'època d'exàmens.

TIPUS D'ACTIVITAT	Descripció	Hores
ACTIVITATS PRESENCIALS	Classes de teoria	39
	Classes de problemes	39
	Realització de proves parcials	2
	Realització d'exàmens finals	4
ACTIVITATS NO PRESENCIALS	Estudi de teoria	40
	Realització de problemes	70
	Treballs en grup	12
	Preparació d'exàmens	20
TOTAL		226

5.- CAPACITATS O DESTRESES A ADQUIRIR.

Per tal que un alumne superi l'assignatura entenem que és imprescindible que adquireixi les següents capacitats.

Capacitats teòriques.

- Entendre la noció de convergència de sèries i d'integrals impròpies.
- Conèixer els criteris més importants per decidir la convergència de sèries o integrals impròpies.
- Entendre profundament el concepte de convergència uniforme d'una successió o d'una sèrie de funcions.
- Conèixer els resultats que relacionen la convergència uniforme d'una banda i les nocions de continuïtat, derivabilitat i integrabilitat d'una altra.
- Comprendre profundament el guany que suposa considerar sèries de potències enlloc de sèries de funcions en general.
- Comprendre els resultats relatius a la regularitat de les funcions definides a partir d'integrals que depenen d'un paràmetre.

Capacitats de problemes

- Manipular amb molta destresa els diferents criteris de què disposem per tal de decidir si una sèrie o una integral impròpia són convergents.
- Saber calcular el radi de convergència d'una sèrie de potències i saber sumar-les en situacions determinades.
- Saber determinar el desenvolupament en sèrie de potències de funcions analítiques més o menys elementals.
- Demostrar una certa destresa en el tractament de la convergència uniforme de successions i sèries de funcions.

D'altra banda, i pensant en la formació de l'alumne com a futur professional de la Matemàtica, creiem que s'ha d'aprofitar l'assignatura per tal de desenvolupar les competències següents.

- Capacitat d'expressar correctament, des del punt de vista formal, qualsevol resultat.
- Capacitat de calcular, de "rutinitzar" determinats processos matemàtics.

- Capacitat de conjecturar i d'imaginar estratègies per tal de confirmar o rebutjar aquestes conjectures.
- Capacitat d'identificar objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb d'altres coneguts i de deduir-ne propietats.
- Capacitat de treballar en grup.

6.- REQUISITS.

Per tal que un alumne pugui cursar l'assignatura és molt important que hagi superat l'assignatura de Càlcul Infinitesimal de primer curs. Si aquest no és el cas, és imprescindible que, com a mínim, entengui profundament les nocions de convergència de successions així com els de continuïtat, derivabilitat i integrabilitat de funcions. També és molt important que l'alumne tingui una profunda destresa en la manipulació de límits, infinitèsims equivalents, desenvolupaments de Taylor de funcions elementals, etc.

7.- METODOLOGIA.

L'assignatura disposa, al llarg del curs acadèmic de tres hores de classe de teoria i dues hores de classe de problemes. Es recomana fortament l'assistència a aquestes sessions.

S'obrirà una aplicació d'aquesta assignatura al Campus Virtual de la universitat per tal de subministrar tot el material i tota la informació relativa a aquesta assignatura que li calgui a l'estudiant.

Pel que fa a les classes de teoria, l'alumne disposarà, abans del començament de cada capítol de l'assignatura, d'uns apunts que li poden servir d'orientació. És molt important que l'estudiant hagi treballat personalment sobre aquest material abans d'anar a classe.

Periòdicament, l'estudiant rebrà unes llistes de problemes que ha de pensar i sobre els quals es treballarà a les classes de problemes.

Finalment, els alumnes s'organitzaran en grups de 4 o 5 persones que hauran de resoldre uns problemes que li seran lliurats amb prou antelació. Cada grup haurà de presentar per escrit les solucions dels problemes proposats i els haurà de resoldre a la pissarra el dia que fixi el professor.

8.- AVALUACIÓ.

Dintre del termini fixat pels professors, els grups hauran de lliurar les solucions dels problemes que periòdicament seran proposats. Es valorarà la correcció matemàtica de la solució, el text que es lliuri així com la claredat de l'exposició que es faci a classe. Sobre aquests lliuraments, cada grup obtindrà una nota (**Pr**).

La data fixada per la Coordinació de la Titulació de Matemàtiques es realitzarà una prova escrita d'una durada d'uns 120 minuts aproximadament. Està previst que aquesta prova tingui lloc a finals del mes de novembre. La qualificació d'aquesta prova (**Parc**) es tindrà en compte si i només afavoreix l'estudiant.

El dia 1 de febrer de 2008, se celebrarà l'examen final de l'assignatura. ealitzarem el primer parcial de l'assignatura. Denotem per **F** a la qualificació obtinguda en aquest examen.

Si un alumne es presenta a l'examen final, la nota que figurarà a l'acta serà la que s'obtingui en arrodonir al primer decimal el resultat de

$$\text{Max}\{0.1*Prob+0.15*Parc+0.75*F, (0.1*Prob+0.75*F)/0.85\}.$$

Si un alumne no aprova l'assignatura a la convocatòria de febrer, encara pot fer-ho a la de juliol, realitzant l'examen que tindrà lloc el dia 1 de juliol de 2008. La nota que constarà a l'acta es calcularà aplicant també la fórmula anterior.

Nota important: Tot i que aquestes dates d'examen són oficials, poden patir alguna variació. Es recomana, per tant, que un mes abans de la realització de cada prova es demani la confirmació de les dates. Podeu trobar més informació als taulells de la Facultat de Ciències, als de la Secció de Matemàtiques o a l'adreça

<http://mat.uab.cat/seccio/>

9.- BIBLIOGRAFIA.

- **F. Galindo i altres.** *Guía Práctica de Cálculo Infinitesimal en una variable real*. Ed. Thomson, Madrid 2003.

Aquest és un llibre eminentment pràctic. Conté una gran varietat de problemes resolts de diversa dificultat i us pot ser de molta utilitat en el moment de buscar exemples o preparar les classes de problemes. Us seran útils els capítols 9 i 10.

- **J. M. Ortega.** *Introducció a l'Anàlisi Matemàtica*. Manuals de la Universitat Autònoma de Barcelona 4, Bellaterra 1990.

La major part del nostre curs consisteix en els tres darrers capítols d'aquest llibre. Serà el text de referència de la nostra assignatura.

- **M. Spivak.** *Calculus. Càlcul Infinitesimal*. Ed. Reverté, Barcelona 1995.

Podeu consultar els capítols 22, 23, 25 i 26. És un llibre altament recomanable i en ell podreu trobar problemes molt il·lustratius i molt interessants.

10.- PROFESSORAT.

Teoria de l'assignatura i problemes del grup 2.

Juan J. Donaire

C1/306

donaire@mat.uab.cat

93 581 2606

Problemes del grup 1.

Daniel Blasi

C1/324

dblasi@mat.uab.cat

93 581 1395