

1. Identificació de l'assignatura

Codi: 28002.
Nom: Models amb Equacions Diferencials.
Tipus: Troncal (Llicenciatura de Matemàtiques).
Crèdits: 7,5.

2. Objectius

- Una visió general del tema de les equacions diferencials, repartida en tres fronts: conceptes, mètodes i aplicacions.
- Adquirir experiència en travessar el pont que uneix les matemàtiques amb el “món real”.
- D'acord amb el seu caràcter general, l'assignatura també pretén servir per a afiançar les nocions i tècniques del càlcul infinitesimal i per a il·lustrar les aplicacions de l'àlgebra lineal.

3. Continguts

- Introducció
- Equacions diferencials ordinàries de primer ordre
 - Solució general i solucions particulars, feixos de corbes, problema de valor inicial.
 - Mètodes analítics de resolució: equacions separables, equacions lineals, equacions exactes, factors integrants, canvis de variable.
 - Mètodes qualitatius: camps de direccions.
 - Mètodes numèrics: mètode d'Euler.
 - Existència i unicitat de solucions del problema de valor inicial.
 - Anàlisi qualitativa de les solucions d'una equació autònoma. Estats estacionaris. Comportament asimptòtic. Estabilitat.
 - Aplicacions diverses: partícules en moviment, transferència de calor, desintegració radioactiva, reaccions químiques, dinàmica de poblacions, distribucions estacionàries de medis continus.
 - Equacions diferencials i determinisme.
- Equacions diferencials ordinàries lineals d'ordre n .
 - Conceptes generals. Equivalència amb un sistema de n equacions de primer ordre. Equacions homogènies i no homogènies. L'espai de solucions.
 - Cas de coeficients constants.
 - Càlcul de solucions particulars d'equacions no homogènies: mètode de coeficients indeterminats, mètode de variació de paràmetres.

- Transformada de Laplace.
- Resolució per sèries.
- Aplicacions diverses: sistemes mecànics, circuits elèctrics, oscil·lacions periòdiques forçades, ressonància.
- Sistemes d'equacions diferencials ordinàries de primer ordre.
 - El retrat de fase.
 - Estabilitat. Comportament asimptòtic. Bifurcació.
 - Linealització al voltant d'un equilibri.
 - Sistemes lineals amb coeficients constants. Classificació en dimensió 2.
 - Sistemes conservatius.
 - Sistemes no conservatius.
 - Funcions de Lyapunov.
 - Cicles límit.
 - Aplicacions diverses: sistemes mecànics, ecologia matemàtica.

4. Dedicació de l'alumne

La dedicació que s'espera de l'alumne és la següent:

- Assistir a les classes de teoria (unes 36 hores), problemes (unes 12 hores) i pràctiques (unes 12 hores).
- Estudiar. Per regla general, convé dedicar a l'estudi un temps del mateix ordre que el dedicat a l'assistència a classe. D'altra banda, és molt important que el temps dedicat a l'estudi estigui repartit al llarg de tot el curs, en paral·lel a les classes, i no concentrat al final del curs.

5. Capacitats i destreses a adquirir

Una enumeració detallada a aquest respecte seria essencialment paral·lela a l'enumeració dels continguts de la assignatura (§2). Des d'un altre punt de vista, les capacitats i destreses a adquirir es poden descriure com segueix:

- Entendre què són i com “funcionen” les equacions diferencials, especialment les equacions diferencials ordinàries.
- Tècniques bàsiques de resolució analítica
- Nocions introductòries sobre la resolució numèrica.
- Conceptes d'estabilitat i comportament asimptòtic.
- Possibilitats i limitacions de l'anàlisi lineal d'estats estacionaris.
- Anàlisi qualitativa en dimensió 2.
- Distinció entre sistemes conservatius i sistemes dissipatius.
- Noció de cicle límit.
- Aplicar les matemàtiques, i concretament les equacions diferencials, a problemes del “món real”. Tenir consciència de les possibilitats i limitacions de tal aplicació.

6. Requisits

Se suposa que l'alumne té coneixements bàsics sobre Càlcul infinitesimal i Àlgebra lineal.

7. Metodologia

- A banda de les notes que pugui prendre a les classes de teoria, s'espera que l'alumne basi el seu estudi en algun o alguns dels llibres que se citen a la bibliografia. La presentació que es faci a classe no té perquè coincidir amb cap llibre en concret, i llibres diferents també poden adoptar punts de vista diferents. Tanmateix, la superació d'aquestes diferències constitueix un exercici molt útil de cara a assimilar la matèria.
- Els alumnes disposaran de llistes de problemes i guions de pràctiques. Part d'aquests problemes i pràctiques es faran a classe, i la resta ha de servir per a què l'alumne practiqui per ell mateix.
- Una part de les pràctiques es realitzarà mitjançant una eina de càlcul simbòlic-numèric-gràfic, com és Maple.
- És essencial que l'alumne faci preguntes al professor, a la mateixa classe o en hores de consulta. Altrament, manca un feedback que és fonamental per a guiar el professor i per a evitar la consolidació de conceptes erronis. Com hem dit al respecte de l'estudi (§4), també és molt important que les preguntes i consultes es vagin fent des de principi de curs, i no només els dies previs a l'examen.
- Per a desenvolupar el sentit de la modelització matemàtica, a més dels exemples clàssics més acadèmics, de tant en tant es plantejaran a classe alguns problemes concrets el més "reals" possible.

8. Avaluació

- L'avaluació es basarà en un exàmens escrits així com l'entrega i exposició d'exercicis.
- Es realitzarà un examen parcial durant el mes de novembre, i un examen global a final de curs. Els exàmens no consistiran només en exercicis pràctics, sinó que també poden incloure qüestions de caire més teòric.
- La nota final X s'obtindrà mitjançant la fórmula següent:

$$X = 0.20 \max(P, G) + 0.20 \max(Q, G) + 0.60 G,$$

on P representa la nota de problemes i pràctiques, Q la nota de l'examen parcial, i G la nota de l'examen global. Totes les notes són sobre 10 i per a aprovar serà necessari obtenir $X \geq 5$. Les notes parcials P i Q valdran no solament per a la convocatòria de febrer, sinó també per a la convocatòria de juny del mateix curs (però no per al curs següent).

9. Bibliografia

Hi ha una varietat de llibres adients. El següent és especialment recomanable doncs es basa en anteriors cursos d'aquesta mateixa assignatura:

- R. Martínez. *Models amb Equacions Diferencials*. UAB, 2004¹.

Els llibres de la llista següent potser no desenvolupen la totalitat del programa, però són tots ells força recomanables. Per a donar una idea de la seva modernitat o “classicitat” i del seu èxit, s’ha intentat especificar la data de la primera edició així com la data i número de la darrera edició que coneixem: la notació $aaaa^n$ indica que l’edició n -èssima data de l’any $aaaa$.

- P. Blanchard, R.L. Devaney, G.R. Hall. *Differential Equations*. Brooks Cole, 1998¹–2002². Trad.: *Ecuaciones Diferenciales*. International Thomson Editores, México, 1999¹.
- R.L. Borrelli, C.S. Coleman. *Differential Equations · A Modeling Perspective*. Wiley, 1997¹–2004².
- W.E. Boyce, R.C. Di Prima. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. Wiley, 1965¹–2004⁸. Trad.: *Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera*. Limusa, México, 1998⁴.
- M. Braun. *Differential Equations and Their Applications · An Introduction to Applied Mathematics*. Springer, 1975¹–1993⁴. Trad.: *Ecuaciones Diferenciales y sus Aplicaciones*. Grupo Editorial Iberoamérica, 2003⁴.
- F. Diacu. *An Introduction to Differential Equations*. Freeman, 2000¹.
- R.K. Nagle, E.B. Saff, A.D. Snyder. *Fundamentals of Differential Equations*. Benjamin Cummings, 1986¹⁷ – Addison Wesley, 2003⁶. Trad.: *Fundamentos de Ecuaciones Diferenciales*. Addison Wesley, 1992².
- C. Perelló. *Càlcul Infinitesimal amb Mètodes Numèrics i Aplicacions*. Enciclopèdia Catalana, 1994¹.
- P. Puig Adam. *Curso Teórico Práctico de Ecuaciones Diferenciales Aplicado a la Física y Técnica*. Madrid, 1951¹–1980¹⁶.
- G.F. Simmons. *Differential Equations with Applications and Historical Notes*. McGraw-Hill, 1972¹–1991². Trad.: *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones y Notas Históricas*. McGraw-Hill, 1993².
- D.G. Zill. *A First Course in Differential Equations with Modeling Applications*. PWS Kent, 1981¹⁷ – Brooks Cole, 2004⁸. Trad.: *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones de Modelado*. International Thomson Editores, México, 2001⁷.

Problemes resoltos:

- A.K. Boyarchuk, G.P. Golovach. Trad.: *Matemática superior · Problemas resueltos*, tomos 8–10. Editorial URSS, Moscú, 2002.

10. Professorat

- Xavier Mora (teoria). Despatx C1/204. Consultes: dimarts 16:00–17:00 i divendres 10:00–11:00 (concertar prèviament).
- Antoni M. Ferragut (problemes i pràctiques). Despatx C1/-162. Consultes: dimarts 12:00–13:00 i dijous 10:00–11:00.