

GUIA DOCENT

de l'assignatura

ANÀLISI REAL I FUNCIONAL

Curs 2007-2008

1. Identificació de l'assignatura:

Nom de l'assignatura: **Anàlisi Real i Funcional**

Codi: **28009**

Nombre de crèdits: **9**

Tipus: **Troncal de segon cicle**

2. Objectius de l'assignatura:

-Explicar els conceptes i els resultats fonamentals de la integral de Lebesgue a l'espai euclidià.

-Presentar els mètodes de l'anàlisi funcional, especialment en el context dels espais de Hilbert.

Els alumnes hauran d'entendre amb profunditat les demostracions dels resultats més importants.

3. Continguts de l'assignatura:

1.-La mesura de Lebesgue

Introducció

La mesura exterior de Lebesgue

Conjunts mesurables. La mesura de Lebesgue

Conjunts borelians. Estructura dels conjunts mesurables

Exemples: conjunts de Cantor, conjunts no mesurables

2.- Funcions integrables Lebesgue

Funcions mesurables

Integració de funcions positives

Integració de funcions mesurables arbitràries. Propietats de la integral

Integral de Lebesgue i integrals impròpies de Riemann

Integrals dependents d'un paràmetre

3.- El teorema de Fubini i el teorema del canvi de variable

Mesura producte

Integració reiterada

Transformacions diferenciables i canvi de variable

4.- Espais de Hilbert

Espais de Banach. Espais de funcions integrables

L'espai de Hilbert

Propietats geomètriques: el teorema de la projecció

Bases ortonormals

5.- Operadors compactes a l'espai de Hilbert

Noció d'operador i d'operador adjunt

Operadors compactes

El teorema espectral dels operadors compactes i autoadjunts

La equació integral de Fredholm

Sistemes de Sturm-Liouville

4. Coneixements que s'han d'adquirir

La mesura de Lebesgue

Entendre les limitacions de la integral de Riemann i la necessitat de construir una nova integral

Dominar el concepte de mesura i la construcció de la integral

Entendre el paper dels conjunts de mesura zero

Saber fer servir els teoremes de convergència

Saber aplicar el teorema de Fubini i el del canvi de variable

-Espais de Banach:

Entendre bé els conceptes d'aplicació lineal contínua, d'operador i de norma d'un operador

Entendre la norma i la convergència associada en espais de funcions contínues i en espais de funcions integrables

Veure el contrast amb els espais de dimensió finita

-Espais de Hilbert

Entendre bé la projecció ortogonal i el concepte de base ortonormal

Saber identificar el dual de l'espai de Hilbert

Concepte d'adjunt d'un operador i d'operador autoadjunt.

Exemples amb operadors de Hilbert-Schmidt i amb operadors diagonals

-Operadors compactes

Idea d'operador compacte i exemples.

Entendre el teorema espectral com l'equivalent, en dimensió infinita, del procés de diagonalització de matrius

Saber trobar els valors i vectors propis d'un problema de Sturm-Liouville

5. Coneixements previs i bibliografia

Els coneixements matemàtics necessaris per poder seguir aquesta assignatura són els corresponents a les assignatures d'anàlisi dels cursos anteriors i d'àlgebra lineal.

Bibliografia

J. Bruna, *Anàlisi Real*, UAB Servei de Publicacions, 1996

J.M. Burgués, *Integració i càlcul vectorial*, UAB Servei de Publicacions, 2002

W. Rudin *Análisis Real y Complejo*, Alambra, 1979

H.L. Royden, *Real Análisis*, The Macmillan Comp., 1971

6. Metodología de l'ensenyament

Aquesta assignatura té 3 hores de teoria i 2 de problemes per setmana.

Es pretén que l'alumne entengui les demostracions dels resultats que es presenten a classe. La comprensió dels resultats teòrics i de les tècniques emprades en les demostracions donen la base per a poder resoldre els problemes.

Periòdicament, l'estudiant rebrà llistes de problemes sobre les quals es treballarà a classe de problemes.

A més els alumnes disposaran d'unes hores de consulta al despatx dels professors de teoria i de problemes, en les quals podran consultar dubtes, demanar pistes per a la resolució de problemes, etc.

7. Sistema d'avaluació de l'aprenentatge

Al llarg del semestre hi haurà una prova de teoria que aportarà el 15% de la nota final i una prova de problemes que aportarà el 15% de la nota final. Al final del semestre hi haurà un examen, bàsicament de problemes, que donarà el 70% de la nota final.

A la segona convocatòria hi haurà un examen amb una part de teoria que aportarà el 15% de la nota i una part de problemes que en donarà el 85%. Per a obtenir la nota final es tindrà en compte la millor nota de teoria i la millor nota de problemes obtingudes al llarg del curs.

8. Temps d'estudi personal que ha de dedicar un estudiant per superar-la

Hores presencials: 70 hores

Teòriques: $3h/s \times 14s = 42$ hores

Problemes: $2h/s \times 14s = 28$ hores

Hores no presencials: 94 hores

$6h/s (3h \text{ de teoria} + 3h \text{ de problemes}) \times 14 = 84$

10 hores de preparació de l'examen final

Hores d'avaluació: 7 hores

$1h \times 3$ controls de teoria = 3 hores

$4h \times 1$ examen final = 4 hores

9. Professors i horaris de tutoria

Teoria: Julià Cufí, despatx C1/114 de la torre de Matemàtiques

Adreça electrònica: jcufi@mat.uab.es

Atenció als alumnes: dimarts de 4 a 5 , dijous de 1 a 2 i i a qualsevol hora convinguda

Problemes: Joaquim Martin, despatx C1/220 de la torre de Matemàtiques

Adreça electrònica: jmartin@mat.uab.cat

Atenció als alumnes: dimarts de 12 a 13, i a qualsevol hora convinguda