

Topologia II

GUIA DOCENT

1 Identificació

Topologia II, 28012, 6 crèdits. Obligatòria, primer semestre, segon cicle de la titulació de matemàtiques.

2 Objectius

Aquesta assignatura té dos objectius principals. En primer lloc, conèixer i aprendre a utilitzar el *grup fonamental* i la *teoria dels espais recobridors*. En segon lloc, entendre la utilitat d'aquestes eines per a resoldre problemes importants que es plantegen a molts àmbits de la matemàtica. A més d'aquests objectius fonamentals, el curs també ha de servir perquè l'alumne adquireixi uns coneixements bàsics sobre alguns temes relacionats amb els centrals del curs, com per exemple teoria de grups (grups lliures, productes lliures, presentacions, etc.), complexos cel·lulars, grafs, etc.

3 Continguts

1. Introducció.

- Què volem fer i com ho farem.
- Una mica d'història.

2. El grup fonamental.

- La noció d'homotopia.
- Camins i llaços.
- El grup fonamental.
- Invariança homotòpica.
- El grup fonamental de la circumferència.
- Aplicacions: teorema del punt fix i teorema fonamental de l'àlgebra.

3. Càlcul del grup fonamental.

- Grups lliures i presentacions.
- Producte lliure i *push out*.
- El teorema de Seifert-Van Kampen.
- Grup fonamental de les esferes i de les superfícies compactes.

4. Complexos cel·lulars.

- Adjunció de cel·les.
- Estructura cel·lular d'alguns espais.
- Grafs i el seu grup fonamental.
- Grup fonamental i adjunció de cel·les.

5. Espais recobridors.

- El concepte d'espai recobridor. Exemples.
- Acció d'un grup sobre un espai.
- Espais recobridors i grup fonamental.
- Recobridor universal.
- Teorema de classificació d'espais recobridors.
- Aplicacions: Borsuk-Ulam i grups lliures.

4 Temps que ha de dedicar l'alumne per tal de superar l'assignatura

Una estimació (orientativa) del temps que un alumne mitjà hauria de dedicar a aquesta assignatura per tal d'assolir els objectius proposats podria ser aquesta:

activitats	descripció	hores
presencials	Classes de teoria	45
	Classes de problemes	15
	tutoria	1
	Examen parcial	1
	Examen final	3
no presencials	Estudiar teoria	30
	Fer exercicis	35
	Recerca bibliogràfica	2
	Preparació d'exàmens	18
total		150

5 Capacitats o habilitats a adquirir

5.1 Teòriques

- Entendre perfectament els conceptes fonamentals que s'introdueixen al curs, que són els d'homotopia, grup fonamental, grup lliure, adjunció de cel·les i espai recobridor.
- Entendre la functorialitat del pas de la topologia a l'àlgebra que ens dona el grup fonamental.
- Entendre el significat geomètric del grup fonamental.
- Entendre la utilitat del grup fonamental a l'hora de resoldre problemes geomètrics.
- Entendre la relació entre espais recobridors i grup fonamental.
- Entendre l'enunciat i les línies bàsiques de la demostració del teorema de Seifert-Van Kampen.
- Conèixer el concepte de descomposició cel·lular. Entendre el procés d'adjunció de cel·les. Estar familiaritzat amb l'estructura cel·lular d'alguns espais.

5.2 Pràctiques

- Saber treballar amb casos concrets d'homotopia.
- Ser capaç de calcular explícitament el grup fonamental d'un espai en casos elementals.
- Saber aplicar correctament el teorema de Seifert-Van Kampen.
- Saber manipular mínimament presentacions de grups.
- Ser capaç d'utilitzar el grup fonamental per a resoldre problemes geomètrics relativament simples.
- Ser capaç de reconèixer i manipular espais recobridors senzills.
- Ser capaç de llegir i entendre les demostracions que hi hagi en la bibliografia, pel que fa als continguts del curs.
- Tenir la capacitat d'obtenir demostracions pròpies per a enunciats relativament senzills relacionats amb els continguts del curs.

6 Requisits previs

L'alumne ha d'estar familiaritzat amb les nocions i propietats bàsiques de la Topologia general (separació, compacitat, connexitat), així com amb les tècniques habituals de construcció d'espais topològics, en particular topologies producte i quocient. És bo, també, que hagi estudiat les superfícies compactes sense vora i la seva classificació per l'orientabilitat i el gènere, i disposi d'un mínim de coneixements de teoria de grups, en particular la classificació dels grups abelians finitament generats.

7 Metodologia

L'assignatura disposa setmanalment durant un semestre de 3 hores de teoria i una de problemes. Donat l'alt contingut teòric i abstracte de l'assignatura és recomanable l'assistència regular a classe.

El material bàsic del curs, que cobreix la totalitat de la matèria impartida, és la publicació *Iniciació a la Topologia Algebraica*, de Manuel Castellet, UAB, Materials 6, 1994. Disposant d'aquest material, el professor pot ometre algunes demostracions i fer més èmfasi en idees i conceptes.

Periòdicament l'alumne rebrà unes llistes de problemes que ha de pensar i sobre els quals es treballarà a les classes de pràctiques.

Els estudiants, en grups de tres, hauran de realitzar un petit treball de recerca bibliogràfica que consistirà en el desenvolupament d'un tema a escollir d'una llista de temes proporcionada pel professor.

Hi haurà una prova intersemestral que amb pregunte teòriques i pràctiques. De cara a la preparació d'aquesta prova i de les convocatòries oficials, els estudiants poden ser assessorats pels professors de l'assignatura (tutories).

Aquesta assignatura farà un ús important del **Campus virtual** de la UAB: cv2008.uab.cat.

8 Avaluació

La nota de la primera convocatòria sortirà de la mitjana ponderada de:

- 30 % d'una prova de dues hores de durada que es farà el 4 de desembre, en l'horari de classe.
- 70 % de l'examen final.

A la segona convocatòria el 100 % de l'avaluació sortirà d'un examen global tradicional.

9 Bibliografia

- M. Castellet, *Iniciació a la Topologia Algebraica*, Materials núm. 6, Servei de Publicacions UAB.
- C. Kosniowski, *Topologia Algebraica*, Ed. Reverté.
- W. Massey, *Introducción a la Topología Algebraica*, Ed. Reverté.
- A. Hatcher, *Algebraic Topology*:
<http://www.math.cornell.edu/~hatcher>

10 Professorat

Teoria: Albert Ruiz (C1/306; 935 812 606; albert.ruiz@uab.cat).

Problemes: Jérôme Scherer (C1/130; 935 814 539; jscherer@mat.uab.cat).