

# Topologia Algebraica

GUIA DOCENT

## 1 Identificació

Topologia Algebraica, 28029, 6 crèdits. Optativa, segon semestre, segon cicle de la titulació de matemàtiques.

## 2 Objectius

Aquesta assignatura té dos objectius principals. En primer lloc, conèixer i aprendre a utilitzar la *homologia* i la *cohomologia*. En segon lloc, entendre la utilitat d'aquestes eines per a resoldre problemes importants que es plantejen a molts àmbits de la matemàtica. A més d'aquests objectius fonamentals, el curs també ha de servir perquè l'alumne adquireixi uns coneixements bàsics sobre alguns temes relacionats amb els centrals del curs, com per exemple algebres diferencials graduades, complexos cel·lulars, etc.

## 3 Continguts

### 1. Introducció.

- Què volem fer i com ho farem.
- Categories i functors.

### 2. Complexos simplicials.

- Símplex, cadenes, cicles, vores.
- Complexos de cadenes, homologia.
- La successió exacta larga.

### 3. Homologia singular.

- El complex singular, calculs en dimensió zero
- Homologia reduïda, homologia relativa

### 4. Propietats Fonamentals.

- Invariància per homotopia
- Mayer – Vietoris i excisió
- Teories d'homologia

### 5. Homologia de l'esfera.

- L'homologia de l'esfera
- Invariància de la dimensió i teorema del punt fix
- Grau i teorema de Jordan–Brouwer

### 6. Descomposicions cel·lulars

- CW-complexos
- Homologia dels CW-complexos

### 7. La fórmula d'Euler

- Propietats de l'homologia de CW-complexos
- El rang d'un grup abelià
- La característica d'Euler – Poincaré

### 8. Homologia amb coeficients

- Homologia amb coeficients
- La formula dels coeficients universals

### 9. Cohomologia

- Cohomologia
- Extensions
- Producte cup

### 10. Aplicacions

- Cohomologia de de Rham
- Orientació
- Dualitat de Poincaré

## 4 Capacitats o habilitats a adquirir

### 4.1 Teòriques

- Entendre perfectament els conceptes fonamentals que s'introdueixen al curs.
- Entendre la functorialitat del pas de la topologia a l'àlgebra.
- Entendre el significat geomètric de l'homologia.
- Entendre la utilitat de l'homologia a l'hora de resoldre problemes geomètrics.
- Entendre l'enunciat i les línies bàsiques de la demostració del teorema d'excisió.

### 4.2 Pràctiques

- Saber treballar amb casos concrets d'homologia.
- Ser capaç de calcular explícitament l'homologia d'un espai en casos elementals.
- Saber aplicar correctament el teorema d'excisió.
- Saber manipular Hom, Ext, Tor i productes tensorials.
- Ser capaç d'utilitzar l'homologia per a resoldre problemes geomètrics relativament simples.
- Ser capaç de llegir i entendre les demostracions que hi hagi en la bibliografia, pel que fa als continguts del curs.

- Tenir la capacitat d'obtenir demostracions pròpies per a enunciats relativament senzills relacionats amb els continguts del curs.

## 5 Requisits previs

L'alumne ha d'estar familiaritzat amb les nocions i propietats bàsiques de la Topologia II.

## 6 Metodologia

L'assignatura disposa setmanalment durant un semestre de 2 hores de teoria i una de problemes. Donat l'alt contingut teòric i abstracte de l'assignatura és recomanable l'assistència regular a classe.

El material bàsic del curs, que cobreix casi tota la matèria impartida, és la publicació *Homology Theory*, de J. W. Vick. Es complementa amb *A concise course in AT* de P. May, *Characteristic classes* de J. Milnor i J. Stasheff.

Aquesta assignatura farà un ús important del **Campus virtual** de la UAB: [cv.uab.cat](http://cv.uab.cat).

## 7 Avaluació

En aquest curs utilitzarem un sistema d'avaluació continuada en el qual la nota final (sobre 100 punts) s'obté com a suma de diversos termes:

- 15 punts de cinc exercicis que cada alumne haurà d'entregar al llarg del curs.
- 30 punts d'un treball de recerca bibliogràfica sobre un tema d'una llista que es farà pública més endavant. Aquests treballs es faran en grups de tres estudiants i s'ha d'entregar el dia de l'examen final.
- 15 punts d'un examen d'una hora de durada que es farà en abril, en l'horari de classe.
- 40 punts de l'examen final

A la segona convocatòria, com que l'avaluació continuada ja no és possible, es farà un examen global tradicional.

## 8 Professorat

Teoria: Jérôme Scherer (C1/130; 93 581 4539; [jscherer@mat.uab.cat](mailto:jscherer@mat.uab.cat)). Problemes: Alex González (CB/004; 93 581 3740; [agondem@mat.uab.cat](mailto:agondem@mat.uab.cat)).