GUIA DOCENT DE FONAMENTS DE MATEMÀTIQUES

1. **IDENTIFICACIÓ DE L'ASSIGNATURA**

   Nom: Fonaments de matemàtiques
   Codi: 100089
   Crèdits: 9
   Tipus: Obligatòria

2. **Declaració d'intencions**

   En la primera part del curs, la més intensa quant al nombre de classes, s'introduirà el llenguatge bàsic de les matemàtiques i dedicarem molta atenció a utilitzar-lo correctament. Un bon domini del llenguatge és imprescindible per entendre, fer i comunicar matemàtiques. Les idees són essencials i el llenguatge poderós, fins al punt de que alguns problemes es resolen un cop han estat formulats en llenguatge adient. Seguir i resseguir, pensar i repensar les demostracions, descobrint i gaudint dels detalls serà part important de la feina tot aquest curs. Conjunts i aplicacions, comptatge d'elements i relacions d'equivalència serà el contingut per on ens mourem la primera part.

   A la segona part del curs visitarem els números enters i els polinomis amb els ulls de la primera part, veurem belles demostracions de fets ben coneguts com ara que hi ha infinits números primers o que existeix el màxim comú divisor de dos números, i els seus resultats anàlegs per polinomis.

   Esperem que els teoremes i demostracions del curs contribueixin a que l'alumne adquireixi una adequada formació que li permeti començar a fer demostracions per ell mateix, a ser crític davant les afirmacions matemàtiques i, sobretot, combatiu davant els problemes.

3. **CONTINGUTS**

   1- Conjunts i aplicacions
   - Llenguatge bàsic de conjunts.
   - Aplicacions entre conjunts. Aplicacions injectives, exhaustives i bijectives. Composició.
   - Permutacions. Descomposició en cicles disjunts. Signe.
   - Relacions d'equivalència i particions. Conjunt quocient. El conjunt quocient $\mathbb{Z}/(n)$.

   2- Combinatòria
   - Aplicacions entre conjunts i compteig. Conjunt finit/infinit.
   - Aplicacions, paraules i seleccions ordenades. Seleccions ordenades amb i sense repetició.
   - Subconjunts. Seleccions no ordenades sense repetició. Nombres binomials.
   - Seleccions no ordenades amb repetició. Teorema del binomi.

   3- Enters i congruències
   - Divisió entera. Màxim comú divisor i mínim comú múltiple.
   - Algorisme d'Euclides. Equacions diofàntiques.
   - Nombres primers entre ells i nombres primers. Factorització en primers.
   - Congruències.

   4- Polinomis
   - Divisió entera de polinomis. Màxim comú divisor i mínim comú múltiple.
   - Polinomis irreductibles i polinomis primers entre ells. Descomposició en irreductibles.
   - Zeros d'un polinomi.

- Números complexos. Descomposició en irreductibles a $\mathbb{C}[x]$ i a $\mathbb{R}[x]$.

4. **TEMPS DE DEDICACIÓ DE L'ALUMNE.**

És difícil quantificar les hores de treball personal necessàries per assolir un bon nivell de comprensió de l'assignatura. A més cal tenir en compte que un cop superades les dificultats inicials degudes al llenguatge propi de les matemàtiques, i també al canvi de metodologia respecte l'ensenyament secundari, l'aprenentatge és molt més ràpid. De manera només indicativa, durant les primeres cinc setmanes de curs (és a dir durant la part més intensa de classes) creiem que entre l'estudi de la teoria i pensar exercicis (sobretot pensar exercicis!) la dedicació personal no hauria de ser inferior a 10 hores setmanals i durant les altres 9 setmanes a 4 hores setmanals.

5. **CAPACITATS O DESTRESES A ADQUIRIR**

Teòriques

- Aprendre el llenguatge de conjunts (unió, intersecció, complementari, producte cartesià) i utilitzar-lo correctament en demostracions. No aprofundirem en la noció formal de conjunt.
- Aprendre a desenvolupar-se amb facilitat amb aplicacions entre conjunts (composicions, antiimatges de subconjunts) i dominar les nocions d'exhaustivitat, injectivitat, bijectivitat i inversa d'una aplicació.
- Entendre la noció de conjunt quocient. Diferenciar entre classe i representant. Entendre'n el perquè de l'ús i la simplificació que ens aporta en demostracions (per deduir les fórmules de combinatòria, per exemple). Entendre la necessitat de demostrar que quelcom està ben definit en un conjunt quocient.
- Coneixement de les propietats de $\mathbb{Z}/(m)$ com a conjunt quocient.
- Entendre la formalització del concepte intuïtiu de comptar elements d'un conjunt finit de cara a desenvolupar matemàticament els models i principis bàsics de la combinatòria.
- Coneixement de la definició de cardinal d'un conjunt finit.
- Coneixement dels principis i models bàsics de combinatòria . Entendre'n les demostracions.
- Aprendre la definició i les propietats de la funció φ d'Euler.
- Aprendre els conceptes bàsics de l'aritmètica i divisibilitat d'enters (divisió entera, divisor i múltiple, màxim comú divisor i mínim comú múltiple, identitat de Bézout, descomposició en primers). Conèixer les propietats i les seves demostracions.
- Aprendre els conceptes bàsics de l'aritmètica i divisibilitat de polinomis (grau, divisió entera, divisor i múltiple, màxim comú divisor i mínim comú múltiple, identitat de Bézout, descomposició en primers). Conèixer les propietats i les seves demostracions.
- Entendre el paral.lelisme entre les nocions de divisibilitat en enters i en polinomis (valor absolut/grau, primer/irreductible, ...).
- Conèixer la relació entre les arrels d'un polinomi i la descomposició del polinomi.

Pràctiques

- Saber treballar amb aplicacions entre conjunts i especialment amb aplicacions.
- Adquirir familiaritat en l'ús del conjunt quocient anant més enllà de la definició teòrica. Saberhi treballar en casos concrets.

- Coneixement de les propietats bàsiques dels nombres combinatoris i la seva aplicació al càlcul de potències.
- Utilitzar la identitat de Bézout per a la resolució d'equacions diofàntiques.
- Aprendre a utilitzar la identitat de Bézout per resoldre problemes teòrics.
- Conèixer i tenir familiaritat amb $\mathbb{Z}/(m)$.
- Dominar els llenguatges d'equacions diofàntiques, de congruències i d'equacions a $\mathbb{Z}/(m)$ i entendre l'avantatge de cadascun d'ells. Saber traduir els problemes amb facilitat d'un a l'altre llenguatge i trobar el més adient per a la seva resolució.
- Descompondre polinomis a $\mathbb{C}[x], \mathbb{R}[x], \mathbb{Q}[x]$ i $\mathbb{Z}/(p)[x]$ (p primer).

de Modelització

- Utilitzar el llenguatge d'aplicacions per modelar problemes de combinatòria.
- Saber traduir a llenguatge matemàtic els problemes de comptar. Aprendre a adscriure'ls a un model conegut escaient.
- Aprendre a resoldre problemes de planteig on es tractin quantitats enteres i que es poden resoldre utilitzant equacions diofàntiques i congruències.

6. **REQUISITS.**

A banda d'un bon coneixement pràctic de l'aritmètica entera i d'habilitat en la manipulació d'expressions algebraiques, no es requereixen coneixements matemàtics previs concrets per seguir el curs. Això sí, és imprescindible la voluntat d'entendre bé els raonaments i tenir sentit crític davant les afirmacions matemàtiques dels altres i, sobretot, les pròpies.

7. **METODOLOGIA.**

El curs comença intensivament durant cinc setmanes per tal de proporcionar coneixements i eines de llenguatge bàsiques per a totes les matèries. Les altres setmanes el nombre de classes es redueix considerablement, tot i això, i també per això, caldrà que l'alumne mantingui l'atenció i el nivell d'estudi constants.

Setmanalment hi haurà sessions (classes) de problemes i de seminari. En els seminaris el professor proporcionarà llistes d'exercicis i altres materials per treballar a l'aula. Els alumnes haurien de preguntar al professor tantes vegades com els sigui necessari (si no comprenen l'enunciat, si estan encallats i volen una pista, si volen que els corregeixi el que han escrit...). Després el professor explicarà la resolució dels problemes més representatius de la llista i, si es necessari, s'acabarà la resolució a la classe de problemes. En aquest moment és bàsica la participació dels estudiants per contrastar la seva resolució amb la del professor, corregir-la o aportar diferents maneres d'abordar els problemes. A la classe de problemes, a més de comentar i acabar si cal, la resolució dels problemes del seminari, es donaran llistes d'exercicis perquè l'alumne els pensi fora de l'aula.És importantísssim que l'alumne s'hagi barallat a fons amb els problemes (fins i tot enfadant-s'hi!), i per tant, també és convenient que preparin bé les llista abans d'anar a classe. A banda del treball fet a classe, els alumnes hauran d'acabar les llistes pel seu compte.

Alguns dels exercicis es lliuraran i es puntuaran per la nota final de l'assignatura. Sobre aquests exercicis hi haurà també una entrevista amb els professors.

L'assignatura disposarà d'un espai al "campus virtual" on hi anirem penjant les llistes d'exercicis, els apunts de l'assignatura, material d'ampliació i qualssevol informació referent a l'assignatura.

A banda de tot això els alumnes disposaran d'unes hores de consulta setmanal al despatx dels professors per preguntar dubtes, demanar ajuda per a la resolució d'un pas determinat d'un problema, etc.

8. Avaluació

Nota de febrer

Un 25% de la nota correspon a l'avaluació continuada. Aquesta nota s'obté del lliurament d'exercicis i de les entrevistes que sobre aquests es mantindran amb els professors. En principi prevèiem que cada alumne faci tres lliuraments individuals (que s'avaluaran en una sola entrevista individual)i un en grup (que s'avaluarà en una entrevista col.lectiva). Els exercicis i les dates concretes dels lliuraments i de les entrevistes s'anunciaran a classe i al campus virtual.

L'altre 75% s'obtindrà amb notes d'exàmens. Hi haurà un examen parcial de teoria durant la primera quinzena de novembre (les dates concreta s'anunciarà a classe i al campus virtual) i un examen global de l'assignatura que es farà en les dues setmanes reservades per exàmens.

La nota de febrer s'obtindrà amb la fórmula

$$0,25.(\text{nota av.continuada}) + \max(0,75.(\text{nota ex.final}), 0,55.(\text{nota ex.final}) + 0,1.(\text{nota ex.parcial}))$$

on totes les notes són sobre 10 punts.

Recuperació de juliol

Hi haurà un examen global de tota l'assignatura. La nota d'aquest examen serà el 75% de la nota. El 25% restant correspondrà a la nota d'avaluació continuada obtinguda durant el curs.

9. Bibliografia

Bibliografia bàsica

ANTOINE, R.; CAMPS, R. I MONCASI, J. Introducció a l'àlgebra abstracta amb elements de matemàtica discreta *Manuals de la UAB, n§ 46, 2007.*

Bibliografia complementària

CUPILLARI, A. The nuts and bolts of proofs. *Elsevier Academic Press,2005*

ECCLES, PETER J. An introduction to mathematical reasoning, numbers, sets and functions. *Cambridge University Press, 2007*

HAMILTON, A.G. Numbers, sets and axioms: the apparatus of mathematics. *Cambridge University Press, 1982*

10. Professorat

Ramon Antoine
Problemes grup 2 i seminari grup C
C1/324, 935811395
ramon@mat.uab.cat

Rosa Camps
Problemes grup 1 i seminari grup A
C1/120, 935812941
rcamps@mat.uab.cat

Joachim Kock
Seminari grup B
C1/-130, 935812534
kock@mat.uab.cat

Jaume Moncasi
Teoria
C1/120, 935812941
moncasi@mat.uab.cat