

GRAU EN MATEMÀTIQUES

GUIA DOCENT D'ANÀLISI MATEMÀTICA

1.- IDENTIFICACIÓ DE L'ASSIGNATURA.

Nom: Anàlisi Matemàtica

Codi: 100094

ECTS: 9

Tipus: Obligatòria de primer semestre.

Horari de les classes de teoria: dimarts, dimecres i divendres de 9 a 10.

Horari de les classes de problemes: dijous de 9 a 10.

2.- OBJECTIUS.

Aquesta assignatura és la continuació natural de l'assignatura Funcions de variable real de primer curs. Així, finalitzarem l'estudi de funcions d'una variable real i més en general de l'Anàlisi bàsica a la recta real.

El principal objectiu és que l'alumne assoleixi una maduresa en la manipulació de la noció de convergència, ja sigui de successions o sèries de funcions com d'integrals impròpies.

L'alumne que superi l'assignatura, tindrà a més, una certa destresa en la utilització dels diferents criteris que es fan servir per decidir la convergència dels objectes amb els que es treballarà a l'assignatura.

Finalment, també és objectiu d'aquesta matèria, que l'estudiant entengui perfectament la noció de convergència uniforme de successions de funcions.

3.- CONTINGUTS

1. Sèries numèriques.

- Extensió de la noció de límit d'una successió
- Noció de sèrie convergent.
- Sèries de termes positius. Criteris de convergència.
- Convergència absoluta i convergència condicional.
- Criteris de Leibniz, de Dirichlet i d'Abel.
- Teorema de Riemann.

2. Convergència uniforme i sèries de potències.

- Successions de funcions.
- Convergència puntual i uniforme.
- Comportament de la continuïtat i la derivabilitat davant de la convergència uniforme.
- Sèries de funcions.
- Criteri M de Weierstrass.
- Sèries de potències.

- Radi de convergència.
- Teorema d'Abel.
- Funcions analítiques.
- Aproximació de funcions contínues per polinomis: el teorema de Weierstrass.

3. Sèries de potències complexes.

- Funcions de variable complexa.
- Continuitat i derivabilitat de funcions de variable complexa.
- Teorema fonamental de l'Àlgebra.
- Sèries de nombres complexos.
- Sèries de potències.
- L'exponencial complexa.
- Les funcions trigonomètriques.

4. Integrals impròpies.

- Extensió de la noció d'integral de Riemann per a funcions o intervals no acotats.
- Convergència d'integrals impròpies.
- Criteris de convergència per a funcions positives.
- Criteri de Dirichlet.
- Integrals impròpies depenents d'un paràmetre.
- La funció Gamma d'Euler.

5. Sèries de Fourier.

- L'espai de funcions de quadrat integrable.
- Polinomis trigonomètrics.
- Coeficients de Fourier. Sèries de Fourier.
- Convergència puntual i uniforme de sèries de Fourier.
- Identitat de Parseval.

4.- TEMPS QUE HA DE DEDICAR UN ALUMNE A L'ASSIGNATURA.

El temps previst en la següent taula és aproximat i, evidentment, cada estudiant l'ha d'adaptar a la seva situació. En qualsevol cas i tenint en compte que aquesta assignatura té assignats 9 crèdits, és a dir el 30% dels crèdits d'un semestre estàndar, s'ha de pensar que cal dedicar-li de l'ordre de 12-14 hores setmanals (classes presencials incloses) i que aquesta dedicació no ha de concentrar-se en l'època d'exàmens.

TIPUS D'ACTIVITAT	Descripció	Hores
ACTIVITATS PRESENCIALS	Classes de teoria	42
	Classes de problemes	14
	Seminaris	28
	Realització de proves parcials	2
	Realització d'exàmens finals	4
ACTIVITATS NO PRESENCIALS	Estudi de teoria	42
	Realització de problemes	42
	Preparació de dossiers	14
	Treballs en grup	15
	Preparació d'exàmens	20
TOTAL		223

5.- CAPACITATS O DESTRESES A ADQUIRIR.

Per tal que un alumne superi l'assignatura entenem que és imprescindible que adquireixi les següents capacitats.

Capacitats teòriques.

- Entendre la noció de convergència de sèries i d'integrals impròpies.
- Conèixer els criteris més importants per decidir la convergència de sèries o integrals impròpies.
- Entendre profundament el concepte de convergència uniforme d'una successió o d'una sèrie de funcions.
- Conèixer els resultats que relacionen la convergència uniforme d'una banda i les nocions de continuïtat, derivabilitat i integrabilitat d'una altra.
- Comprendre profundament el guany que suposa considerar sèries de potències enlloc de sèries de funcions en general.
- Comprendre els resultats relatius a la regularitat de les funcions definides a partir d'integrals que depenen d'un paràmetre.
- Conèixer els resultats principals que relacionen la regularitat d'una funció i la convergència de la seva sèrie de Fourier.
- Conèixer les demostracions dels resultats principals de l'assignatura.

Capacitats de problemes

- Manipular amb molta destresa els diferents criteris de què disposem per tal de decidir si una sèrie o una integral impròpia són convergents.
- Saber calcular el radi de convergència d'una sèrie de potències i saber sumar-les en situacions determinades.
- Saber determinar el desenvolupament en sèrie de potències de funcions analítiques més o menys elementals.
- Demostrar una certa destresa en el tractament de la convergència uniforme de successions i sèries de funcions.
- Aplicar correctament els resultats coneguts per tal de sumar sèries.

D'altra banda, i pensant en la formació de l'alumne com a futur professional de la Matemàtica, creiem que s'ha d'aprofitar l'assignatura per tal de desenvolupar les competències següents.

- Capacitat d'expressar correctament, des del punt de vista formal, qualsevol resultat.
- Capacitat d'abstracció.
- Capacitat d'identificar objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb d'altres coneguts i de deduir-ne propietats.
- Capacitat de treballar en grup.

6.- REQUISITS.

Per tal que un alumne pugui cursar l'assignatura és molt important que hagi superat l'assignatura de Càlcul Infinitesimal de primer curs. Si aquest no és el cas, és imprescindible que, com a mínim, entengui les nocions de convergència de successions així com els de continuïtat, derivabilitat i integrabilitat de funcions. També és molt important que l'alumne tingui una certa destresa en la manipulació de límits, infinitèsims equivalents, desenvolupaments de Taylor de funcions elementals, etc.

7.- METODOLOGIA.

L'assignatura disposa, al llarg del curs acadèmic de tres hores setmanals de classes de teoria, una de problemes i set sessions de seminaris, les dates de les quals podeu consultar a la pàgina web de la Secció de Matemàtiques. Es recomana fortament l'assistència a aquestes sessions.

A les classes de teoria el professor exposarà la matèria de l'assignatura. L'alumne disposarà, abans del començament de cada capítol de l'assignatura, d'uns apunts que li poden servir d'orientació. És molt important que l'estudiant hagi treballat personalment sobre aquest material abans d'anar a classe. Serà el professor qui anunciï amb antelació el contingut de cada sessió per tal de facilitar l'organització del temps de l'alumne.

Periòdicament, l'estudiant rebrà unes llistes de problemes que ha de pensar i sobre els quals es treballarà a les classes de problemes. Pensar i treballar aquests problemes es considera imprescindible per poder assimilar de manera satisfactòria els conceptes i resultats més rellevants de l'assignatura.

Els alumnes s'organitzaran en grups de 3 o 4 persones que hauran de resoldre tres llistes de problemes que li seran lliurades amb prou antelació. Cada grup haurà de presentar per escrit les solucions dels problemes proposats i els haurà d'exposar al lloc i la data que fixi el professor.

Les sessions de seminaris o pràctiques es destinaran, principalment, a treballar determinats aspectes de l'assignatura. L'objectiu és que l'estudiant esdevingui expert en la utilització de certes tècniques que li facilitaran l'assoliment dels objectius de l'assignatura que s'han assenyalat anteriorment. Abans de cada sessió de pràctiques, els estudiants disposaran del dossier sobre el que es treballarà en aquella sessió i que hauran d'acabar a casa.

S'obrirà una aplicació d'aquesta assignatura al Campus Virtual de la universitat per tal de subministrar tot el material i tota la informació relativa a aquesta assignatura que li calgui a l'estudiant. També es tindrà accés a aquest material a la web <http://mat.uab.cat/~donaire/Analisi.htm>

8.- AVALUACIÓ.

En el termini fixat pel professor, els grups hauran de lliurar les solucions dels problemes que periòdicament seran proposats. Es valorarà la correcció matemàtica de la solució, el text que es lliuri així com la claredat de l'exposició que es faci davant del professor.

Cada sessió de pràctiques generarà un dossier amb exercicis que l'estudiant haurà de lliurar la data que s'hagi fixat.

Dels dossiers i dels problemes lliurats l'alumne obtindrà una qualificació (**AC**) que es farà pública abans de l'examen final

La data fixada per la Coordinació de la Titulació de Matemàtiques es realitzaran dues proves escrites d'una durada d'uns 60 minuts aproximadament. En aquestes proves l'alumne haurà de demostrar que se sap la teoria de l'assignatura.

Al febrer de 2009, se celebrarà l'examen final de l'assignatura. Si denotem per **F** a la qualificació obtinguda en aquest examen, la qualificació final que obtindrà l'alumne serà

$$AC \cdot 0,2 + 0,1 \cdot (P1 + P2) / 2 + F \cdot 0,7,$$

on P1 i P2 són les qualificacions de les proves de teoria abans esmentades.

Si un alumne no aprova l'assignatura al febrer o bé vol obtenir una qualificació superior, al juliol es realitzarà un altre examen final on l'estudiant podrà recuperar part de l'avaluació corresponent als exàmens.

9.- BIBLIOGRAFIA.

- **F. Galindo i altres.** *Guía Práctica de Cálculo Infinitesimal en una variable real*. Ed. Thomson, Madrid 2003.

Aquest és un llibre eminentment pràctic. Conté una gran varietat de problemes resolts de diversa dificultat i us pot ser de molta utilitat en el moment de buscar exemples o preparar les classes de problemes. Us seran útils els capítols 9 i 10.

- **J. M. Ortega.** *Introducció a l'Anàlisi Matemàtica*. Manuals de la Universitat Autònoma de Barcelona 4, Bellaterra 1990.

La major part del nostre curs consisteix en els tres darrers capítols d'aquest llibre. Serà el text de referència de la nostra assignatura.

- **C. Perelló.** *Càlcul Infinitesimal: amb mètodes i aplicacions*. Enciclopèdia Catalana, Barcelona 1994.

Aquest text us aportarà punts de vista molt interessants sobre tot el contingut de l'assignatura. És un llibre de Matemàtiques molt agradable de llegir.

- **W. Rudin.** *Principios de Análisis Matemático*. McGraw-Hill, Mèxic 1981.

La matèria del curs està totalment continguda en aquest llibre. Hi ha exemples molt il·lustratius i problemes interessants.

- **M. Spivak.** *Calculus. Càlcul Infinitesimal*. Ed. Reverté, Barcelona 1995.

Podeu consultar els capítols 22, 23, 25 i 26. És un llibre altament recomanable i en ell podreu trobar problemes molt il·lustratius i molt interessants.

10.- PROFESSORAT.

Teoria.

Juan J. Donaire
C1/306
donaire@mat.uab.cat
93 581 2606

Problemes.

Nacho Monreal
CB/004
nachomg@mat.uab.cat
93 581 3740

Seminaris.

Laura Prat
C1/-132
laurapb@mat.uab.cat
93 581 4533

Nacho Monreal
CB/004
nachomg@mat.uab.cat
93 581 3740