

GRAU EN MATEMÀTIQUES

GUIA DOCENT DE GEOMETRIA LINEAL

1.- IDENTIFICACIÓ DE L'ASSIGNATURA

Nom: Geometria lineal
Codi: 100095
Crèdits: 6
Curs: 2n
Semestre: 1r
Tipus: Troncal

2.- OBJECTIUS

Aquesta assignatura és una presentació de la geometria afí, la geometria euclidiana i les còniques i quàdriques, a partir de les eines que l'estudiant ha après en el primer curs del Grau, i, principalment, en l'assignatura Àlgebra lineal.

El principal objectiu és que l'estudiant assolixi maduresa en la manipulació sintètica i analítica de rectes, plans i hiperplans, dels conceptes de paral·lelisme i de perpendicularitat, així com de les transformacions de l'espai que conserven aquests conceptes.

L'estudiant que superi aquesta assignatura, a més dels coneixements esmentats, haurà d'ésser capaç de diferenciar les propietats dels espais que conserven l'estructura mètrica de les que no ho fan.

Finalment, l'estudiant es familiaritzarà amb les còniques del pla i les quàdriques de l'espai, mitjançant els models que les classifiquen.

3.- CONTINGUTS

1. **L'espai afí \mathbb{R}^n** (mínim 6 hores de teoria)
 - a. Definició d'espai afí i primeres propietats
 - b. Varietats lineals
 - c. Intersecció i suma de varietats
 - d. Coordenades cartesianes
 - e. Equacions d'una varietat
 - f. Raó simple. Teoremes de Menelao i de Ceva

2. **Afinitats** (mínim 5 hores de teoria)
 - a. Definició i exemples
 - b. Teorema de Tales
 - c. Equacions d'una afinitat
 - d. Afinitats de la recta real
 - e. Afinitats del pla real

3. **L'espai euclidià \mathbb{R}^n** (mínim 9 hores de teoria)
- Complements d'àlgebra lineal
 - Producte vectorial
 - Distància entre varietats lineals
 - Desplaçaments
 - Desplaçaments de la recta real
 - Desplaçaments del pla real
 - Desplaçaments de l'espai real
4. **Còniques i quàdriques** (mínim 5 hores de teoria)
- Definicions i exemples
 - Equacions
 - Còniques del pla
 - Quàdriques de l'espai

Bibliografia

- M. Castellet, I. Llerena, *Àlgebra lineal i geometria*, Manuals UAB núm. 1
- A. Reventós, *Afinitats, moviments i quàdriques*, Manuals UAB núm. 50

4.- DESENVOLUPAMENT DE L'ASSIGNATURA EL CURS 2008-2009

Teoria

Horari i aula: Dimarts i dijous de 10.00 a 11.00 a l'aula C5/030

Professor: Manuel Castellet (C1/104)

Horari d'atenció als estudiants: Dijous de 13.00 a 15.00

Problemes

29.09	(Classe de teoria)
06.10	Espai afí
13.10	
27.10	Afinitats
28.10	(Classe de problemes)
30.10	(Classe de problemes)
17.11	Espai euclidià
24.11	
01.12	Desplaçaments
15.12	
12.01	Còniques i quàdriques
19.01	

Horari i aula: de 10.00 a 11.00 a l'aula C5/030

Professora: María Sancosmed (CB/012)

Horari d'atenció als estudiants: Dimecres de 17.00 a 19.00

Seminaris

09.10 Espai afí

30.10 Afinitats

20.11 Espai euclidià

18.12 Desplaçaments

15.01 Còniques i quàdriques

Horari i aula: de 12.00 a 14.00 a l'aula C3b/111

Professores: Judit Abardia (C1/218) i María Sancosmed (CB/012)

Horaris d'atenció als estudiants:

Judit Abardia: Dimarts de 11.00 a 13.00

María Sancosmed: Dimecres de 17.00 a 19.00

Descripció dels seminaris

Al llarg del semestre es realitzaran cinc seminaris. Els quatre primers seran sessions de pràctiques d'aula i el cinquè serà una pràctica d'informàtica.

Pràctiques d'aula

Cada pràctica d'aula constarà de dos exercicis amb diversos apartats. Cada alumne resoldrà aquests exercicis a l'aula en un grup de 4 persones amb l'ajuda del professor.

- Primera sessió. Espai afí.

La pràctica constarà de dos exercicis on es treballarà, en casos concrets, l'estudi de la posició relativa entre subvarietats afins, intersecció i suma de subvarietats afins, així com l'expressió en coordenades en diferents sistemes de referència.

A l'inici de la sessió els alumnes hauran de fer grups de quatre persones. Dos dels grups hauran d'exposar un dels exercicis de la pràctica a la següent sessió.

- Segona sessió. Afinitats.

En aquesta pràctica es treballarà el concepte de raó simple i el recíproc del teorema de Ceva, veient-ne algunes aplicacions. També es repassarà el concepte d'afinitat: expressió en coordenades d'una afinitat i estudi de varietats invariants.

A l'inici de la sessió es farà la correcció de la pràctica de la primera sessió a partir de l'exposició oral. Després, si s'escau, es faran grups de quatre persones per la resolució a l'aula de la segona pràctica. Es triaran dos altres grups per fer l'exposició de la pràctica a la següent sessió.

- Tercera sessió. Classificació d'afinitats i espai euclidià.

Els exercicis d'aquesta pràctica consistiran en la classificació d'afinitats al pla i en el càlcul de distàncies, punts simètrics, etc. a l'espai euclidià.

El funcionament d'aquesta sessió serà anàleg al de la sessió anterior. En aquesta pràctica, però, cada alumne podrà escollir individualment si vol fer una segona exposició oral a la quarta sessió.

- Quarta sessió. Desplaçaments.

En aquesta sessió s'estudiaran els desplaçaments. Un exercici consistirà en la classificació d'un desplaçament i l'altre exercici en la construcció d'un moviment a partir de les seves propietats. També s'estudiarà la composició de moviments.

El funcionament d'aquesta pràctica serà anàleg al de les anteriors. De totes maneres, no hi haurà la possibilitat d'exposició oral de la pràctica a la següent sessió ja que és d'informàtica.

La nota "Resolució d'un problema tutoritzat" i "Explicació oral d'un problema fet en grup" s'obtindrà a partir del treball de les sessions anteriors de la següent manera.

Nota "Resolució d'un problema tutoritzat":

-El problema es resoldrà en grup a cada sessió i s'entregarà a la sessió següent. Només caldrà entregar un problema per grup. Per tant, la nota serà la mateixa per tot el grup.

-Per poder tenir nota d'aquesta part caldrà fer almenys dues entregues. Aquestes, però no caldrà fer-les sempre amb el mateix grup ja que a cada sessió es podran fer de nou els grups.

-Es podran fer més de dues entregues i es consideraran les dues millors notes obtingudes.

-En l'avaluació es tindrà en compte l'expressió escrita i el rigor matemàtic. Un exercici amb solució final correcte pot no tenir la màxima puntuació si no s'han raonat els passos.

-Noteu que per poder fer l'entrega d'un problema s'ha d'haver assistit a la sessió anterior ja que s'ha de formar part d'un grup i els grups es faran de nou a cada sessió amb els alumnes assistents.

Nota "Explicació oral d'un problema fet en grup":

-La nota serà individual.

-Es tindrà en compte la claredat i rigor de l'exposició.

-Per poder tenir nota d'aquesta part caldrà fer almenys una exposició i hi haurà la possibilitat de fer una segona exposició. Si es fa es considerarà la millor nota obtinguda.

-Noteu que per poder fer l'exposició oral d'un problema en grup s'ha d'haver assistit a la sessió anterior ja que s'ha de formar part d'un grup i els grups es faran de nou a cada sessió amb els alumnes assistents.

Pràctica d'informàtica

La cinquena pràctica consistirà en l'estudi i classificació de còniques i quàdriques amb el programa Maple. Es realitzarà en parelles i constarà de dues parts. Primer de tot s'explicaran les comandes necessàries per poder assolir l'objectiu i després hi haurà exercicis que cada parella haurà de resoldre per poder contestar un qüestionari que s'haurà d'entregar al final de la sessió.

La nota "Ús d'eines informàtiques" s'obtindrà de la nota del qüestionari.

Avaluacions

- **Avaluació continuada** **2,5 punts**
 - Explicació oral d'un problema fet en grup 0,5 punts
 - Resolució d'un problema tutoritzat 0,5 punts
 - Redacció d'un tema curt 1 punt
 - Ús d'eines informàtiques 0,5 punts

- **Examen final** **7,5 punts**
 - Teoria 2 punts
 - Problemes 4 punts
 - Test 1,5 punts

Un examen final de qualitat excel·lent podrà compensar alguna deficiència en l'avaluació continuada.

5.- TEMPS QUE HA DE DEDICAR UN ESTUDIANT A L'ASSIGNATURA

Tenint en compte que aquesta assignatura té assignats 6 crèdits, el nombre d'hores total (classes de teoria, de problemes, de seminaris, treball personal i exàmens) que un estudiant mitjà hauria de dedicar-hi durant el semestre és de 150 hores, adequadament repartides durant el semestre. És recomanable, doncs, destinar una mitjana de 5 hores de treball personal cada setmana a l'assimilació de la teoria, resolució de problemes i redacció d'un treball.

A títol orientatiu, depenent de cada estudiant, la taula següent pot servir de guia.

Tipus d'activitat	Descripció	Nombre d'hores
Activitats presencials	Classes de teoria	28
	Classes de problemes	10
	Seminaris	10
	Examen final	4
Activitats No presencials	Estudi de teoria	25
	Realització de problemes	45
	Redacció d'un treball en grup	10
	Preparació de l'examen	18
	Total	150

És evident que segons les capacitats de treball, d'assimilació, d'abstracció, de càlcul, etc. alguns estudiants poden necessitar una dedicació superior i altres amb menys hores de treball en tindran prou. La taula té, doncs, només un valor orientatiu.

6.- CAPACITATS I DESTRESES A ADQUIRIR

Per tal que un estudiant superi l'assignatura entenen que és imprescindible que adquireixi les capacitats i destreses següents.

Capacitats teòriques

- Entendre els conceptes d'espai afí i d'espai euclidià.
- Saber diferenciar aquelles propietats de l'espai que són afins de les que són mètriques.
- Conèixer els enunciats i demostracions dels principals teoremes de la geometria afí i de la geometria euclidiana.
- Entendre el concepte de classificació i conèixer les diferents formes canòniques d'afinitats i de desplaçaments en la recta, el pla i l'espai reals.
- Conèixer les còniques del pla i les quàdriques de l'espai i saber-les classificar.
- Comprendre la manipulació algebraica que en aquesta assignatura es fa de la geometria.

Capacitats pràctiques

- Saber expressar les varietats lineals en coordenades i saber manipular adequadament les equacions de les varietats per canvis de coordenades.
- Saber treballar problemes de distàncies i perpendicularitat
- Saber resoldre problemes geomètrics de la geometria afí i de la geometria euclidiana.
- Saber expressar les afinitats i els desplaçaments en coordenades.
- Ésser capaç de classificar les afinitats i els desplaçaments de la recta, el pla i l'espai reals d'acord amb els criteris establerts en el curs.
- Saber diferenciar els diversos tipus de còniques i quàdriques i manipular-ne les equacions.
- Ésser capaç d'aplicar les eines informàtiques que es treballin en els seminaris.

Formació integral de l'estudiant

Pensant en la formació integral de l'estudiant, aquest haurà d'acreditat, també, en les avaluacions les capacitats següents:

- Capacitat d'aplicar i desenvolupar raonaments lògics.
- Capacitat d'abstracció.
- Capacitat de plantejar-se problemes, saber considerar què és fonamental i què no i resoldre'ls.
- Capacitat de treballar en grup.
- Capacitat d'expressar correctament per escrit i oralment resultats i raonaments matemàtics.
- Capacitat de calcular i d'aplicar rutines en determinats processos matemàtics.

7.- REQUISITS

Per tal que un alumne pugui cursar amb èxit l'assignatura és molt important que hagi superat l'assignatura Àlgebra lineal de primer curs. Si no és així, com a mínim haurà d'estar familiaritzat amb els conceptes i tècniques dels espais vectorials, aplicacions lineals, matrius, determinants, diagonalització d'endomorfismes, producte escalar, etc.

8.- METODOLOGIA

L'assignatura disposa durant el semestre de 2 hores setmanals de classe de teoria, 10 hores de problemes i 10 hores de seminaris (en 5 sessions de 2 hores). És recomanable l'assistència a totes les sessions.

La teoria impartida està totalment continguda en els dos textos que es recomanen a la bibliografia, si bé en cada un d'ells la seva presentació té característiques lleugerament diferents. Convé que l'estudiant s'acostumi a aprendre dels llibres de text, que són eines ben estructurades i escrites i on queden clarament reflectits tant el llenguatge matemàtic com el raonament lògic de demostració. Els llibres, com a mínim un, són un complement molt important a les classes.

S'obrirà una aplicació d'aquesta assignatura al Campus Virtual de la universitat per tal de subministrar material i informació relatiu a l'assignatura.

Periòdicament l'estudiant rebrà llistes de problemes que ha d'intentar resoldre personalment o en grup i sobre els quals es treballarà en les classes de problemes.

La metodologia pròpia de les sessions de seminari està detalladament descrita en l'apartat "Descripció dels seminaris".

Als estudiants, organitzats en grups de 4 o 5 persones, se'ls encarregarà a més la redacció d'un breu treball, de dificultat assequible, que serà avaluat i comptarà per a la nota final.