

TEORIA DE GALOIS
Guia docent 2008/09
Grau en matemàtiques

1. **Identificació de l'assignatura** Nom de l'assignatura: Teoria de Galois
Codi:
Nombre de crèdits: 6 ECTS Tipus: Obligatòria (primer semestre)

2. **Objectiu de l'assignatura**

L'objectiu d'aquesta assignatura és bàsicament presentar el rudiments de la teoria de Galois i la seva aplicació a problemes de construcció amb regla i compàs i sobre la resolubilitat d'equacions per radicals. Aquest últim problema, un dels més antics de la història de les matemàtiques, té les seves arrels a l'antiguitat en temps dels babilònis i culmina brillantment amb l'obra d'Evariste Galois qui desenvolupà la teoria per a caracteritzar les equacions resolubles per radicals.

La presentació moderna de la teoria de Galois representa una part central de l'àlgebra ja que els mètodes d'abstracció que s'hi utilitzen ens mostren la potència de diverses eines algebraiques introduïdes anteriorment. Així doncs, la traducció del problema a la teoria de cossos i posteriorment a la teoria de grups ens dona com branques abstractes i teòriques poden resoldre un problema clàssic i més aplicat.

En aquest curs començarem per introduir el problema de resolubilitat d'equacions per radicals en el context històric. Posteriorment la teoria de cossos ens proporcionarà el marc formal adequat on plantejar el problema i presentar de manera clara la teoria de Galois d'equacions. No obstant ja d'inici veurem que la teoria bàsica de cossos permet afirmar la impossibilitat de construcció de certs punts amb regla i compàs, i resoldre problemes molt clàssics que ja havien preocupat als grecs.

Una de les eines fonamentals en Teoria de Galois és la teoria de grups. El seu millor coneixement permet treballar més exemples i obtenir millors resultats, no obstant per motius de programa introduïrem tan sols els conceptes més bàsics i recordarem les propietats bàsiques durant el desenvolupament del curs.

3. **Continguts**

- Nocions preliminars de cossos.
 - Preliminars d'anells.
 - Polinomis simètrics.
 - Resolució d'equacions: problemàtica resolubilitat per radicals.
 - Extensió de cossos: elements algebraics i transcendents.
- Extensions algebraiques.
 - El grau d'una extensió general.
 - Extensions simples. Teorema d'Steinitz.
 - Extensions algebraiques. Extensions de monomorfismes.
 - Punts construïbles amb regla i compàs.

- Engrandint el grup $Aut_K(L)$.
 - Nocions de grup. Algunes consideracions del grup $Aut_K(L)$.
 - Cos de descomposició d'un polinomi.
 - Extensions normals.
 - Elements separables i extensions separables.
- Teorema principal de la teoria de Galois finita.
 - Extensions de Galois. Teorema d'Artin
 - Teorema principal de la teoria de Galois finita.
- Teoria de Galois d'equacions.
 - Resolubilitat per radicals. Grups resolubles.
 - Extensions ciclotòmiques i cícliques.
 - Teorema de Galois de resolubilitat per radicals.

4. Temps que ha de dedicar un alumne a l'assignatura

Tipus d'activitat	Descripció	Hores
ACTIVITATS PRESENCIALS	Classes de teoria	22
	Classes de problemes	9
	Classes de seminari	12
	Activitats tutoritzades	0
	Realització d'exàmens	6
ACTIVITATS NO PRESENCIALS	Estudi de teoria	25
	Realització de problemes	35
	Preparació de seminaris	25
	Preparació de treballs	0
	Preparació d'exàmens	16
	Total	150

5. Destreses a adquirir de coneixement específics de l'assignatura de teoria:

L'alumne aprengui els conceptes de nombres transcendent, algebraic, els conceptes d'extensió de cossos finita, algebraica, transcendent, simple, normal, separable i Galois finita, els conceptes de cos de descomposició sobre un cos donat. L'alumne entengui la correspondència de Galois finita i els resultats principals de la teoria de Galois, com la correspondència de Galois per a extensions finites i el teorema de Galois de resolubilitat d'equacions. També és objectiu que l'alumne aprengui resultats bàsics d'extensió de monomorfisme de cossos i aprengui les propietats bàsiques de grups resolubles i la seva interrelació amb la resolubilitat per radicals. Igualment la interrelació de la teoria de cossos amb problemes clàssics de construcció amb regla i compàs.

de problemes:

Conèixer certes tècniques i aprengui a fer càlculs en extensions finites de grau petit de cossos i pugui decidir en aquestes extensions quines de les propietats donades en la classe de teoria satisfant. Igualment aprengui a fer explícita la correspondència

de Galois per a extensions finites de Galois de grau petit.

del seminari:

Els objectius principals és que l'alumne treballant en grups, s'agilitzi en tècniques de càlcul d'extensions finites de grau petit, i aprofundeixi coneixements teòrics com: nombres dins $\mathbb{C}$, clausura algebraica, teoria de grups, construccions amb regla i compàs i altres contruccions,...

6. Destreses generals i específiques del grau que es treballen en aquesta assignatura:

- Transmetre coneixements, procediments, resultats e idees matemàtiques.
- Treball en equip i desenvolupar habilitats d'aprenentatge autònom.
- Compendre i usar el llenguatge matemàtic i demostrar una excel·lent capacitat d'abstracció.
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per a obtenir altres resultats.
- Distingir, davant d'un problema, el que és substancial del que és purament circumstancial.
- Assimilar nous conceptes matemàtics, de relacionar-los amb altres ja coneguts i de deduir-ne propietats bàsiques.

7. Requisits Per a un bon seguiment de l'assignatura és necessari tenir present la teoria de grups com la teoria d'anells donada en l'assignatura *Estructures algebraiques*. Igualment el coneixent de cossos finits donat a *Estructures algebraiques* serà d'utilitat per tal que l'alumne tingui present més exemples.

8. Metodologia L'assignatura disposa de una o dues hores de classe de teoria (en setmanes alternades del curs) i una de problemes durant 9 setmanes del curs on s'especificarà pel calendari. També hi ha 6 sessions de seminaris de dues hores que es realitzaran durant 6 setmanes del semestre el dijous de 12 a 14 hores. Es recomana fortament l'assistència tant a les classes de teoria, a les de problemes i als seminaris.

A les classes de teoria donarem les eines necessàries i més importants per a la comprensió i resolució de problemes.

A les classes de problemes s'aprofundirà en l'assimilació i millor comprensió dels conceptes desenvolupats a les classes teòriques mitjançant la resolució de problemes i exercicis. Aquest treball es durà a terme mitjançant les explicacions fetes pel professor a la pissarra i la participació activa dels estudiants en la discussió dels diferents arguments emprats per tal de solucionar els problemes.

Als seminaris, l'alumne pren part activa de diversa forma. Cal distingir dos tipus de seminari, en ambdós tipus es treballarà en grups que es formaran a l'inici del curs. Hi haurà els seminaris tipus teòric, anomenem tipus (T). En els seminaris (T), treballant en grup, el grup transmetrà en el seminari coneixements de l'assignatura als companys, seguint un guió donat pel professorat. Els seminaris (T) aprofundiran alguns coneixements teòrics, una proposta és: (a) construccions

en regla i compàs i/o altres construccions com és l'Origami, (b) rudiments de teoria de grups transmeten per exemple els teoremes de Sylow i c) elements de $\mathbb{C}$: algebraics, transcendents; la clausura algebraica; bases de transcendència,... .

Hi ha un segon tipus de seminari treballant tècniques de càlcul, anomenem seminari (P). En els seminaris (P) l'alumne treballarà en grup metodologies donades en classe de teoria i problemes mitjançant problemes tipus.

Aquesta assignatura també oferirà recursos mitjançant el Campus Virtual. En aquest anirem penjant els enunciats de les llistes de problemes i altre material que pugui complementar les classes de teoria i problemes.

Durant el curs es penjaran tres llistes de problemes a entregar amb una data fixa d'entrega. L'alumne pot resoldre de cada llista un dels exercicis proposats, i entregar-lo de forma individual.

També es penjaran diversos guions de seminaris (T) amb distribució de feina per a grups. Aquests grups es formaran a principi de curs.

9. Avaluació

Un 25% de l'assignatura s'avaluarà de manera continuada mentre que el 75% restant es podrà recuperar al mes de juliol.

Avaluació continuada:

- Notes obtingudes dels exercicis entregats de les tres llistes que s'hauran proposat de problemes per a entregar. Això proporciona un 15% de la nota del curs, (5% per cada llista).
- Nota del vostre grup obtinguda dels seminaris del tipus (T), on hi haurà dues participacions en seminaris del tipus (T) per grup. Aquesta nota proporcionarà un 10% de la nota del curs.

Avaluació recuperable:

- Dues proves parcials que comptaran cadascuna d'elles un 5% de la nota.
- Un examen final durant gener-febrer que aportarà el 65% de la nota.

Cada grup en l'avaluació dels seminaris teòrics exposarà a classe exactament en dues situacions; l'expositor no pot coincidir en ambdues exposicions.

Dates d'avaluació continuada:

- Seminaris teòrics (T): 30 octubre, 20 novembre i 18 desembre.
- Entrega exercicis: 24 octubre, 5 desembre i 9 de gener.
- Proves parcials: 10 novembre i 12 de gener.
- Examen final: data a determinar gener-febrer 2009
Recuperació avaluació recuperable: data a determinar entre juny-juliol 2009.

10. Bibliografia

D.J.H. Garling, *A course in Galois Theory*. Cambridge Univ. Press, 1986.

- J. Milne, Fields and Galois Theory, <http://www.jmilne.org/math/>.*
- P. Morandi, Fields and Galois Theory, GTM 167, Springer.*
- S. Roman, Field Theory, GTM 158, Springer.*
- A. M. de Viola Priori, J.E. Viola-Priori, Teoría de cuerpos y Teoría de Galois, Reverté (2006).*

11. Bibliografia complementària

Obra d'Evariste Galois, a cura d'Antoni Malet IEC 1984.

Algunes webs d'interés:

<http://www.galois-group.net>.

<http://godel.ph.utexas.edu/~tonyr/galois.html>.

<http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/%7Ehistory/Mathematicians/Galois.html>.

Curiositats origami: Robert J. Lang: <http://www.langorigami.com>

Tom Hull: <http://www.merrimack.edu/~thull/omfiles/geoconst.html>

Koshiro Hatori: <http://origami.ousaan.com/library/conste.html>

<http://www.langorigami.com/science/mathlinks/mathlinks.php4>

12. Professorat

Francesc Bars

Teoria i Seminari

C1/130

Francesc.Bars@uab.cat

Ferran Cedó

Problemes

C1/352

cedo@mat.uab.es