

ESTADÍSTICA

GUIA DOCENT 2008/09. Grau en matemàtiques

1.- IDENTIFICACIÓ DE L'ASSIGNATURA

Nom de l'assignatura: **Estadística**

Codi: **100105**

Nombre de crèdits europeus: **7 ECTS**

2.- OBJECTIUS DE L'ASSIGNATURA

Es tracta de la primera presa de contacte de l'estudiant de matemàtiques amb l'estadística i per tant, caldrà que adquireixi coneixements i desenvolupi destreses, en primer lloc, en l'àmbit de l'*estadística descriptiva i exploratòria* que li permetrà extreure i resumir de manera eficient informació de les dades i, sobretot, en l'àmbit de la *inferència estadística*. En inferència, treballarà la modelització paramètrica de poblacions, l'estimació de paràmetres (puntualment i per intervals de confiança) i el planteig i resolució dels contrastos d'hipòtesis a partir de mostres aleatòries.

Tractant-se d'un curs introductori a l'estadística matemàtica, es veuran només les propietats més bàsiques d'optimalitat d'estimadors, els mètodes més habituals per trobar estimadors i els mètodes inferencials per als paràmetres més importants d'una i dues poblacions. Els continguts es presentaran a les classes de teoria amb el llenguatge formal de la teoria de la probabilitat i l'alumne els posarà en pràctica resolent problemes i realitzant treballs amb dades, on haurà de demostrar que ha assimilat els conceptes, el vocabulari i els formalismes.

Eseent l'estadística una disciplina molt versàtil amb aplicacions a la major part de les àrees del coneixement humà, tant o més fonamental que el formalisme, és saber plantejar i resoldre problemes aplicats. Amb els exemples, la resolució de problemes i les pràctiques amb *software* estadístic, l'estudiant treballarà amb models concrets i amb dades reals.

3.- CONTINGUTS

L'assignatura està estructurada en quatre capítols d'inferència estadística. L'estadística descriptiva i exploratòria es treballarà de manera paral·lela amb les pràctiques.

Tema 1. Models estadístics. Estimació puntual.

1. Població i mostra. Models paramètrics i no paramètrics.
2. Estimació puntual en models paramètrics: estimadors i distribucions mostrals. Característiques de la llei d'alguns estimadors (mitjana, variància, proporció, moments, estadístics d'ordre) en models generals.
3. "Bons" estimadors (mida de mostra, n , arbitrària). Comparació d'estimadors en base a diverses característiques: biaix, error quadràtic mitjà i eficiència relativa. Els estimadors no esbiaixats UMV.
4. "Bones" propietats asimptòtiques (n gran): asimptòticament sense biaix, consistència i normalitat asimptòtica.
5. Mètodes per trobar estimadors: moments, màxima versemblança, mínims quadrats i altres. Principi d'invariància.
6. *Informació de Fisher i Cota de Cramér-Rao. Eficiència. (*Descripció somera, sense precisar condicions de regularitat).

Tema 2. Intervals de confiança.

1. Introducció. Intervals i regions de confiança. El nivell de confiança.
2. Mètode del *pivot*. Exemple d'aplicació a un cas paradigmàtic: interval per a μ amb σ coneguda en un model normal.
3. Models normals: el teorema de Fisher. La normal multidimensional, les lleis t de Student, χ^2 de Pearson i F de Fisher-Snedecor.
4. Models normals i una mostra: intervals per a la mitjana i per a la variància. Relació entre marge d'error, nivell de confiança i mida de la mostra.
5. Models normals i dues mostres independents o aparellades: intervals per a la diferència de mitjanes i per al quocient de variàncies.
6. Intervals asimptòtics per a mitjanes i per a proporcions poblacionals. Intervals asimptòtics basats en la distribució de l'estimador de màxima versemblança.

Tema 3. Contrasts d'hipòtesis.

1. Introducció i vocabulari. Tipologies de contrastos. Hipòtesis nul·la i alternativa. Tipus d'error.
2. Elements d'un tests d'hipòtesis: planteig, estadístic de contrast i regla de decisió.
3. Nivell de significació i funció de potència.
4. Els tests més bàsics (mitjanes, variàncies i proporcions per a una i dues mostres) introduïts de manera heurística.
5. *El teorema de Neyman-Pearson i els tests UMP (*sense demostració).
6. El test *khi-quadrat* (χ^2) de bondat d'ajust i d'independència per a variables categòriques.

Tema 4. Regressió lineal simple.

1. El model lineal i les assumpcions de Gauss-Markov. Els paràmetres: pendent, intercepció i variància.
2. Estimació dels paràmetres mitjançant mínims quadrats.
3. Prediccions i residus de les respostes obtingudes i predicció de noves observacions.
4. Inferència (intervals i tests) per als paràmetres del model i les prediccions.

4.- DESTRESES QUE L'ALUMNE HA D'ADQUIRIR

Específiques d'Estadística

- Saber resumir de manera descriptiva i gràfica la informació per explorar conjunts de dades univariants i bivariants.
- Entendre el model estadístic i saber assignar models a situacions experimentals, així com determinar els paràmetres més rellevants que cal estimar.
- Donat un model estadístic paramètric, saber aplicar els distints mètodes per trobar estimadors puntuals dels seus paràmetres. Saber determinar quines "bones" propietats té un estimador donat i ser capaç de comparar dos o més estimadors.
- Saber aplicar el mètode del *pivot* per determinar intervals de confiança. Dominar les nocions de nivell de confiança i de marge d'error i la seva relació amb la mida de la mostra.
- Saber traduir hipòtesis d'investigació (experimental o social) en hipòtesis estadístiques i aplicar regles de decisió a partir d'estadístics de contrast adients, tant en base a regions crítiques com en base a *p-valors*.

- Per als paràmetres més importants d'una o dues poblacions (mitjanes, variàncies i proporcions) tenir clars els estimadors, pivots i estadístics de contrast habituals.
- Saber en quines situacions cal plantejar un test de bondat d'ajust o un test d'independència i dominar el test *khi-quadrat*.
- Comprendre el model lineal simple i saber aplicar les tècniques bàsiques d'inferència per als paràmetres d'aquest model.
- Utilitzar *software* per posar en pràctica les diverses tècniques apreses.
- Demostrar que és capaç d'aplicar els mètodes i les tecnologies descrites en els punts anteriors a conjunts de dades reals.

Generals i específiques del grau de Matemàtiques

- Ser capaç de transmetre els coneixements, les idees i els procediments matemàtics tant oralment com per escrit, amb el màxim rigor.
- Desenvolupar habilitats d'aprenentatge autònom i de treball en equip.
- Ser capaç d'estendre els coneixements adquirits a marcs (lleugerament) més generals, consultant referències.
- Aplicar coneixements i mètodes adquirits en altres assignatures del grau: probabilístics, d'anàlisi, de programació, etc.
- Reconèixer la presència de les matemàtiques al món del coneixement en general: humanístic, social, econòmic, biomèdic, experimental i tecnològic.
- Partint d'una realitat, fer-ne abstracció recollint l'essencial per adaptar-la a un model, marginant el que és purament circumstancial.
- Formular hipòtesis i imaginar estratègies per confirmar-les o refutar-les.
- En situacions reals, proposar i validar models i treure'n conclusions adaptades al context. Analitzar les conclusions pròpies i d'altres amb esperit crític.
- Utilitzar aplicacions informàtiques, tant de noves (*software* estadístic) com de prèviament introduïdes (llenguatges, manipuladors algebraics o fulls de càlcul).

5.- METODOLOGIA

Per seguir l'assignatura cal haver cursat un curs de probabilitat.

Disposem de classes teòriques, de problemes i de pràctiques.

La matèria nova s'introduirà primordialment a les classes de teoria, però la presencialitat és baixa i per tant caldrà ampliar les explicacions del professor amb l'estudi autònom de l'alumne, amb el suport de la bibliografia de referència. Al campus virtual i amb antelació, es penjaran apunts i altre material per preparar la classe de teoria, durant la qual es destacaran els aspectes més rellevants sense fer una exposició exhaustiva del contingut. Es valorarà la participació dels estudiants en les exposicions del professor. Es farà un control parcial de teoria i problemes a començaments d'abril.

La classe de problemes es dedicarà a la resolució orientada d'alguns problemes proposats. Altres problemes hauran de ser resolts pels estudiants que en lliuraran la resolució escrita. Es valorarà globalment l'entrega, tant la correcció i el rigor en la resolució com el vocabulari, l'escriptura matemàtica i la claredat en l'exposició. El professor de problemes ho corregirà i s'entrevistarà amb els estudiants, si ho creu convenient. Les dates de lliurament temptatives són: 10 de març, 31 de març i 19 de maig.

A les classes pràctiques (7 sessions de dues hores cada una) s'introduirà l'ús de *software* amb aplicacions estadístiques (fulls de càlcul i paquets estadístic). Es veuran

metodologies descriptives i inferencials. Aquestes eines s'utilitzaran tant per a la resolució de problemes com per fer un treball en grup amb dades reals. No hi haurà examen de pràctiques, només s'avaluarà el treball, que es lliurarà a final de curs i se'n farà una presentació oral.

Tant pel que fa a la comprensió de la teoria, com a la resolució dels problemes com a la realització del treball pràctic, els alumnes tenen el dret de consultar els seus professors dins de l'horari de tutories.

El *Campus Virtual* UAB és una eina fonamental per al seguiment de l'assignatura: accés als materials, consulta de terminis de lliuraments i controls i seguiment del ritme del curs.

6.- SISTEMA D'AVALUACIÓ

Un 30% de l'assignatura s'avaluarà de manera continuada. Aquesta part no es basarà en exàmens i serà no recuperable a la segona convocatòria. El 70% restant es basarà en exàmens i es podrà recuperar a la segona convocatòria.

Avaluació continuada (30%)

- Treball de pràctiques amb dades reals i utilitzant *software*. Es lliurarà en una data per determinar (final del semestre) i se'n farà una presentació oral. Tindrà un valor del 15% de la nota final. Aquesta part només és recuperable si ja està essencialment acabada però cal esmenar o completar detalls. Denotem:
 t = nota del treball (entre 0 i 10).
- Lliurament de tres llistes de problemes (si es considera convenient, es faran entrevistes personals amb cada estudiant) que proporcionarà el 15% de la nota. Aquesta part és no recuperable. Denotem:
 p = nota dels lliuraments de problemes (entre 0 i 10).

Avaluació recuperable (70%)

- Una prova parcial d'on s'obtindrà la nota
 x = nota del parcial (entre 0 i 10)
- L'examen final, d'on s'obtindrà la nota
 f = nota del final (entre 0 i 10)

D'entre aquestes notes, surt la nota d'exàmens

e = nota d'exàmens (entre 0 i 10)

$$\begin{cases} e = 0.2 \cdot x + (1 - 0.2) \cdot f, & \text{si } x \geq 3.5 \\ e = f, & \text{si } x < 3.5 \end{cases}$$

Per aprovar caldrà que $e \geq 3.5$ i, en aquest cas, la nota final és:

$$NF = e \cdot 0.7 + t \cdot 0.15 + p \cdot 0.15$$

7.- TEMPS ESTIMAT DE DEDICACIÓ

En la següent taula hi ha comptades les hores de dedicació recomanades, en mitjana. L'avaluació continuada demana una dedicació constant al llarg del període lectiu.

Descripció	Hores
Classes presencials (teoria i problemes)	36
Pràctiques amb <i>software</i> presencials	14
Preparació de problemes per lliurar	24
Estudi i pensar problemes	35
Realització del treball	20
Preparació examen parcial	10
Preparació examen final	20
Exposició del treball (i preparació)	5
Realització exàmens parcial i final	5
Tutories amb els professors	6
TOTAL	175

La suma total es correspon amb l'equivalència de 7 ECTS * 25 hores per crèdit. Els alumnes que per les raons que siguin no puguin venir a classe hauran de dedicar les 60 hores corresponents a les classes presencials a estudiar pel seu compte.

8.- BIBLIOGRAFIA

Bàsica

1. Apunts de l'assignatura (Campus Virtual UAB).
2. J. Fortiana, D. Nualart (1999). "Estadística". Textos docents, 147. Edicions Universitat de Barcelona.
3. W. Mendenhall, D.D. Wackerly, R.L. Scheaffer.(1994). "Estadística matemàtica con aplicaciones". Grupo editorial iberoamericana. México.
4. J.G Kalbfleisch (1984). "Probabilidad e inferencia estadística". Madrid : AC, cop.

Complementària

5. L. Breiman (1973). "Statistics with a view toward applications". Atlanta, Cal. : Houghton Mifflin Co.
6. G. Casella.and R. Berger (1990) "Statistical Inference". Wadsworth, Belmont, CA.
7. J.L Devore (1998)). "Probabilidad y estadística para ingeniería i ciencias". Ed. Thomson.
8. M. Kendall and A. Stuart (1983). "The Advanced Theory of Statistics".Griffin and Co. Limited, London.
9. H.J.Larson (1978). "Introducción a la Teoría de Probabilidades e Inferencia Estadística". Limusa (3ª ed en Wiley, 1982)
10. A.M.Mood, F.A.Graybill and D.C.Boes (1963). "Introduction to the Theory of Statistics". McGraw-Hill, New York.
11. D. Peña. (2001). "Fundamentos de Estadística". Alianza Editorial.
12. D. Peña. (2002). "Regresión y diseño de experimentos". Alianza Editorial.
13. C.R. Rao (1973). "Linear Statistical Inference and its Applications". Wiley, London.
14. C.R. Rao (1994). "Estadística y Verdad". Universitas-72, PPU, Barcelona.
15. V. K. Rohatgi (2003). "Statistical Inference". Dover Publications.

Materials

Al campus virtual tindreu accés als apunts, a les llistes de problemes, enunciats de les pràctiques i d'altre material complementari.

9.- PROFESSORAT

Mercè Farré (Responsable i teoria): farre@mat.uab.cat

Maria Jolis (Problemes): mjolis@mat.uab.cat

Isabel Serra (Pràctiques): iserra@mat.uab.cat

Les hores i lloc de tutoria es faran públiques al campus virtual la 1a setmana de curs.