

Grafs i Complexitat

Codi	Tipus	Curs/semestre	Crèdits ECTS
21295	- Optativa - Semestral	2n curs / 1er semestre	5

Professors

Nom	Despatx	Direcció e-mail	Telèfon
Pere Guitart	S/260	pguitart@deic.uab.cat	937287757
Andreu Huizinga	S/258	andreu_h_p@mat.uab.cat	937287729
Marc Ortega	S/260	mortega@deic.uab.cat	937287757

Coordinador/a: Pere Guitart

Objectius

Es poden resumir en quatre:

- Introduir un conjunt d'eines formals, basades en els grafs, per a la representació i l'anàlisi de problemes d'optimització.
- Estudiar algunes de les propietats bàsiques dels tipus principals de grafs per tal de poder-les aplicar a la resolució de problemes pràctics.
- Mostrar una alternativa algorísmica rigorosa a la resolució intuïtiva (i sovint errònia) de problemes tan senzills d'enunciar com difícils de resoldre.
- Introduir des d'un punt de vista aplicat a l'anàlisi algorísmica (complexitat d'un algorisme) i la teoria de la complexitat (problemes tractables, intractables, etc.).

Les habilitats que s'aniran desenvolupant al llarg de l'assignatura són:

- Aprendre les propietats dels grafs com a model.
- Representar problemes mitjançant grafs.
- Aplicar esquemes algorísmics seqüencials clàssics (de cerca i de recorregut) per a la resolució de problemes de grafs.
- Conèixer problemes clàssics de grafs i noves tècniques de resolució de problemes.
- Assumir l'existència de problemes de difícil resolució en la pràctica i analitzar les diverses alternatives per a obtenir solucions factibles per a problemes intractables.

Les competències generals de la titulació que es pretén desenvolupar en aquesta assignatura són les següents:

- Resolució de problemes.
- Comunicació oral i escrita.
- Comportament ètic.
- Constància en el treball.
- Capacitat d'anàlisi i de síntesi.
- Raonament crític.

Capacitats prèvies

Coneixements bàsics d'algorismes i de matemàtiques.

Continguts

(T: teoria, S: seminaris, PS: preparació de seminaris, L: laboratoris, PP: preparació pràctiques, E: estudi, AA: altres activitats)

1. Introducció i fonaments.	T	S	PS	L	PP	E	AA	Total
	9	3	9			6	4	31
1. Definicions bàsiques 2. Existència de grafs amb una seqüència de graus fixada: teorema dels graus i conseqüència; teorema de Havel i Hakimi 3. Tipus de grafs, subgrafs i propietats 4. Existència de grafs plans: fórmula d'Euler i conseqüències; caracterització de Kuratowski 5. Representació de grafs: matriu d'adjacència i llista d'adjacències Introduir el model de graf, conèixer els tipus de grafs més usats i algunes de les seves propietats.								

2. Connectivitat, arbres i camins	T	S	PS	L	PP	E	AA	Total
	9	3	9			6	4	31
1. Determinar si un graf és connex 2. Arbres generadors: seqüències de Prüfer 3. Trobar un arbre generador de cost mínim en un graf: mètodes de Kruskal i de Prim 4. Trobar el camí de cost mínim que uneix dos vèrtexs d'un graf: mètodes de Ford i de Dijkstra 5. Trobar tots els camins entre cada parell de vèrtexs: algorisme de Floyd. Algorismes bàsics de grafs que produeixen un arbre generador. Algorismes semblants per a resoldre problemes diversos. Anàlisi de la complexitat dels algorismes.								

3. Circuits eulerians i circuits hamiltonians	T	S	PS	L	PP	E	AA	Total
	9	4	12			6	4	35
1. Determinar si un graf és eulerià: teorema d'Euler 2. El problema del carter xinès 3. Determinar si un graf és hamiltonià: mètode de Robert i Flores 4. Introducció intuïtiva a la teoria de la complexitat: problemes tractables i intractables 5. El problema del viatjant: algorisme d'aproximació basat en l'aparellament perfecte òptim. Problemes tan semblants, però tan diferents: tractabilitat i intractabilitat.								

4. Coloració de vèrtexs	T	S	PS	L	PP	E	AA	Total
	9	3	9			6	4	31
1. Independència, cobertura i coloració 2. Fites per al nombre cromàtic dels vèrtexs 3. De quantes maneres podem pintar un graf si disposem de k colors : el polinomi cromàtic 4. Coloració dels grafs plans: tot mapa és 4-colorable. Un altre problema intractable. La demostració més famosa de la teoria de grafs.								

Metodologia docent

Les **clASSES de teoria**, de tres hores els divendres, es basen en la lliça magistral clàssica: el professor introdueix els continguts teòrics bàsics del tema i dona indicacions sobre com treballar-lo. Moltes sessions estan orientades a la resolució de problemes: es considera un problema aplicat com a punt de partida i, mitjançant la seva resolució, es va desenvolupant la teoria relacionada relacionada amb aquest. *Els estudiants han de prendre una actitud activa en aquestes sessions, aprofitant les pauses programades per a deduir ells mateixos la solució a voltes intuïtiva d'alguns problemes, assimilant així els coneixements.*

La darrera part de la classe està dedicada a la resolució de problemes o a la introducció d'altres temes relacionats que complementen els coneixements sobre aquest tema. En la part final, es proposen exercicis que els estudiants hauran de resoldre i es donen indicacions per a fer-los. Per a cada exercici, es farà pública una **llista amb els alumnes que poden ser cridats a defensar-lo públicament** en la sessió de seminari. En aquest cas, l'exercici ha de ser resolt pensant també en la seva exposició pública, que pot fer-se, si es creu necessari, fent servir el projector.

Deixant de banda alguns exercicis mecànics i els casos en què s'especifiqui el contrari, *els estudiants han de plantejar, discutir, resoldre i argumentar convenientment la solució als exercicis proposats de manera autònoma, basant-se bàsicament en la teoria i les indicacions que s'han donat.* L'objectiu és que es dedueixi una solució, no que es localitzi i treballi per tal d'aprendre-la o memoritzar-la (especialment si es troba a internet). És per això que es valorarà més una solució ben argumentada, potser no del tot correcta, que una solució correcta poc argumentada o difícilment justificable.

Els **seminaris**, en grups desdoblats, tenen com a finalitat l'exposició pública, la correcció i la discussió dels exercicis. D'entre els candidats a defensar públicament un exercici se n'escollirà un a l'atzar. Aquest disposarà d'un màxim de 10 minuts per a exposar públicament la solució proposada, que haurà de lliurar. La forma de seleccionar els alumnes és aleatòria i independent. Per tant, el fet d'haver sortit a exposar un exercici no afecta la probabilitat de tornar a ser seleccionat en un altre. L'exposició d'exercicis forma part de l'avaluació i té com a finalitat millorar les competències orals i escrites dels estudiants. Es valorarà tant la forma de l'exposició, com el contingut, essent l'objectiu principal de l'exposició que aquesta pugui ser seguida de manera satisfactòria per la resta d'estudiants presents.

Tota la informació de l'assignatura es publicarà al *Campus Virtual*. Remarcant que en l'apartat *agenda* hi trobareu el calendari actualitzat amb les dates de lliurament d'exercicis, així com les dates previstes per a les avaluacions.

Aquest és el *recorregut típic* d'una setmana lectiva completa, sense avaluació, d'un estudiant:

Classe teòrica (3 hores presencials), estudi dels continguts teòrics (2 hores) i preparació del seminari (3 hores), seminari (1 hora presencial).

Avaluació

L'avaluació té en compte quatre **proves d'avaluació** (80%) i l'**exposició pública d'exercicis** (20%).

- *Proves d'avaluació:* n'hi ha quatre, una després de cada tema. Cada prova representa 2 punts de la nota final. **En el càlcul de la nota final, no es tindran en compte les notes d'aquelles proves amb nota inferior a un 3,5.** En aquest cas, la nota de la prova serà 0. Com a mínim un 25% de la nota de cada prova correspondrà a la resolució d'un exercici igual o molt semblant a algun dels que s'han proposat per al seminari. Constarà com a **no presentat** l'estudiant que no es presenti a cap prova d'avaluació. Els estudiants que no aprovin en primera convocatòria podran recuperar en **segona convocatòria** les proves que no hagin aprovat en la primera.
- *Exposició pública d'exercicis:* En cada sessió de seminari i per a cada exercici proposat, un estudiant escollit a l'atzar de la llista d'estudiants que poden ser cridats a defensar aquest exercici disposarà d'un màxim de 10 minuts per tal d'exposar públicament la solució lliurada. Cada estudiant pot ser escollit més d'una vegada. La nota dels problemes representarà un 20% de la nota final, en els estudiants que han estat cridats com a mínim una vegada. Si un estudiant no es escollit durant el curs aquest 20% de la nota s'extraurà proporcionalment de la nota de les proves d'avaluació. Es valorarà tant la qualitat de l'exposició com la resolució del problema. Si un estudiant no es troba al seminari o es nega a defensar el problema, tindrà nota zero de l'exposició. Finalment, si un estudiant mostra un coneixement deficient sobre l'exercici que està defensant la nota de l'exposició també serà zero.

Avaluació continuada	Examen final	2ª convocatòria
☐ NO	☒ No n'hi ha	☒ Només es poden recuperar les proves d'avaluació no fetes o amb nota inferior a 5. La resta de notes es mantenen de la primera convocatòria. Constarà com a no presentat l'estudiant que no es presenti a cap prova de recuperació.
☒ SI En què consisteix? Quatre proves d'avaluació (80%) i exposició pública d'exercicis (20%). Els estudiants que per motius laborals no puguin assistir regularment a classe han de comunicar-ho a l'inici de curs. Podran lliurar els exercicis en les dates establertes. Hauran de venir a exposar exercicis i a justificar-ne l'autoria en horari concertat amb el professor. Es considera No Presentat l'estudiant que no hagi realitzat cap prova d'avaluació.		☐ Només per als alumnes que satisfacin els requisits següents:

Bibliografia bàsica

- BASART, J.M. (1998) [1994]. *Grafs: fonaments i algorismes*. Manuals de la UAB, 13. Publicacions de la UAB. ISBN 84-490-1420-4.
- COMELLAS, F. (1996). *Matemàtica discreta*. Politext 26, Edicions UPC. ISBN 84-8301-062-3.
- GIBBONS, A. (1985). *Algorithmic Graph Theory*. Cambridge University Press. ISBN 0-521-24659-8.
- GIMBERT, J. *et al.* (1998). *Apropament a la teoria de grafs i als seus algorismes*. Edicions de la Universitat de Lleida, Eines, 23. ISBN 84-89727-65-1.
- GRIMALDI, R.P. (1989). *Matemáticas discreta y combinatoria*. Addison-Wesley Iberoamericana. ISBN 0-201-64406-1.
- GARCÍA M., F. *et al.* *Problemas resueltos de matemática discreta*. Thomson. ISBN 84-9732-210-X.

Bibliografia complementària

- BERGE, C. (1991). *Graphs*. North-Holland. ISBN 0-444-87603-0.
- McHUGH, J.A. (1990). *Algorithmic Graph Theory*. Prentice-Hall International. ISBN 0-13-019092-6.
- WILSON, R.J. (1990). *Introduction to Graph Theory*. Longman Scientific & Technical. ISBN 0-582-44685-6.

Enllaços web

Simulacions:

- [JavaGraph](#)
Applet que simula diversos algorismes de grafs.
- [Algorisme de Dijkstra](#)
Una simulació de l'algorisme de Dijkstra.

Adreces:

- [Graph Theory Lessons](#)
Lliçons de grafs per l'autor del programa *Petersen*.
- [Graph Theory Tutorials](#)
Tutorials interactius introductoris a la teoria de grafs.
- [Graph Theory](#)
Edició electrònica del llibre *Graph Theory* de Reinhard Diestel.
- [Graphviz - open source graph drawing software](#)
Projecte internacional de representació de grafs.

• Calendari previst

Cas que es produeixi alguna modificació del calendari es farà pública al Campus Virtual

			dijous (seminari 1 hora)	divendres (3 hores)
1		16/02/2009		Introducció i fonaments
2		23/02/2009	Introducció i fonaments	Introducció i fonaments
3		02/03/2009	Introducció i fonaments	Introducció i fonaments
4		09/03/2009	Introducció i fonaments	Primera prova d'avaluació
5		16/03/2009		Connectivitat, arbres i camins
6		23/03/2009	Connectivitat, arbres i camins	Connectivitat, arbres i camins
7		30/03/2009	Connectivitat, arbres i camins	Connectivitat, arbres i camins
		06/04/2009		
8	Dilluns	13/04/2009	Connectivitat, arbres i camins	Segona prova d'avaluació
9		20/04/2009		Circuits eulerians i circuits hamiltonians
	Divendres	27/04/2009	Circuits eulerians i hamiltonians	1 de maig
10		04/05/2009	Circuits eulerians i hamiltonians	Circuits eulerians i hamiltonians
11	Dilluns	11/05/2009	Circuits eulerians i hamiltonians	Circuits eulerians i hamiltonians
12		18/05/2009	Circuits eulerians i hamiltonians	Coloració de vèrtexs
13		25/05/2009	Coloració de vèrtexs	Coloració de vèrtexs
14		01/06/2009	Coloració de vèrtexs	Coloració de vèrtexs
15		08/06/2009	Coloració de vèrtexs	
16		Divendres 19/06/2009 (tarda)	Tercera i quarta proves	
		Dimarts 14/07/2009 (matí)		
			Segona convocatòria	