

Assignatura : MÈTODES NUMÈRICS

Codi	Tipus	Curs/semestre	Crèdits
25410	• Semestral	2on / 2on	5

Professorat

Nom	Dpt/Unitat	Despatx	Adreça d'e-mail	Telèfon
Joan C. Artés	Matemàtiques	C1/122	artes@mat.uab.cat	581.15.05
Sara Costa	Matemàtiques	C1/212	scosta@mat.uab.cat	581.18.86
David Romero	Matemàtiques	CB/004	dromero@mat.uab.cat	581.37.40

Objectius

A l'assignatura de Mètodes Numèrics s'estudiaran algorismes computacionals per a resoldre alguns dels problemes bàsics que s'acostumen a presentar en el càlcul científic com poden ser, calcular la solució d'equacions no lineals, la resolució de sistemes d'equacions lineals o el càlcul d'àrees delimitades per corbes de difícil integració.

L'objectiu de l'assignatura és que l'estudiant conegui aquests mètodes des del seu fonament matemàtic, estudiant les propietats de convergència i estabilitat i l'estimació dels errors, fins a la seva aplicabilitat i possibles limitacions.

Les pràctiques amb ordinador tindran un pes important en aquesta assignatura. L'objectiu és que les pràctiques siguin un complement per entendre millor els mètodes numèrics. En aquest sentit, les pràctiques permeten posar de manifest en diferents exemples, les propietats de convergència i estabilitat estudiades analíticament en les classes de teoria i de problemes. També serviran per comparar diferents mètodes per resoldre un mateix problema. Cal tenir en compte que la majoria d'exemples es plantejaran d'un nivell molt senzill per tal de poder ser fets a mà o amb una simple calculadora, però que els problemes reals acostumen a ser d'un ordre de magnitud molt superior i no es poden fer sense l'ajut d'un ordinador, i és allà on es produeixen més clarament els fenòmens que es descriuran a teoria.

Un no pot programar allò que no sap fer a mà. Per tant, el procediment habitual és entendre primer el mètode a teoria, després fer un parell d'exercicis a mà o amb calculadora per tal de dominar l'algorisme, i finalment fer un programa amb el que abordar problemes de més alta magnitud. És per això que tenen la mateixa importància les classes de teoria, problemes i pràctiques.

Capacitats o destreses a adquirir.

- Conèixer la fonamentació matemàtica dels mètodes.
- Capacitat per generar o construir els diferents mètodes.

- Distingir els diferents tipus d'errors introduïts per un mètode i saber com estimar-los.
- Conèixer criteris de convergència per als mètodes de tipus iteratiu.
- Saber comparar diferents mètodes per resoldre un mateix problema.
- Habilitat per elegir el(s) mètode(s) numèric(s) més adient(s) per resoldre un problema donat.
- Suficient destresa per implementar aquests mètodes de la forma més eficient.
- Donar criteris pràctics d'aturada d'iteracions per tal d'obtenir una precisió fixada.
- Suficient criteri per detectar resultats erronis i capacitat per trobar l'origen dels errors (problema mal condicionat, mètode no adequat per al problema considerat, inestabilitat numèrica, etc.) i corregir-los.

Capacitats prèvies

És fortament recomanable haver superat les assignatures seqüents: Matemàtiques I i II i Informàtica.

Entenem que els estudiants ja coneixen el full de càlcul Excel o similar i que ja coneixen algun llenguatge de programació pel que dominen mínimament la manipulació d'ordinadors.

Continguts

(T: teoria, S: problemes o seminaris, PS: preparació de problemes o seminaris, L: laboratoris, PP: preparació pràctiques, E: estudi, AA: altres activitats; totes aquestes activitats es demanen especificades en hores)

1. ERRORS	T	S	PS	L	E	PP	AA	Total
	4	2	4	3	6	0	0	19

Fonts d'error.
Representació numèrica sobre ordinadors. Representació en punt flotant.
Truncament i arrodoniment.
Error absolut i error relatiu.
Propagació dels errors en les dades i en els càlculs.
Problemes mal condicionats.

2. RESOLUCIÓ D'EQUACIONS NO LINEALS	T	S	PS	L	E	PP	AA	Total
	6	3	6	3	9	0	0	27

Mètode de Bisecció.
Mètodes de punt fix.
Mètode de Newton.
Mètode de la secant.

3. APROXIMACIÓ DE FUNCIONS	T	S	PS	L	E	PP	AA	Total
	6	2	4	3	8	0	0	23

Interpolació Polinomial. Fórmules de Lagrange, Newton i Hermite.
L'error en la interpolació polinomial.

4. INTEGRACIÓ NUMÈRICA	T	S	PS	L	E	PP	AA	Total
	6	3	6	3	9	0	0	27
Fórmules de Newton--Côtes. Regles del trapezi i Simpson. Fórmules compostes. Mètode de Romberg.								

5. APLICACIONS A L'ÀLGEBRA LINEAL	T	S	PS	L	E	PP	AA	Total
	4	2	4	3	6	0	0	19
Mètodes Gaussians. Descomposició LU. Eliminació Gaussiana amb pivotatge.								

6. EQUACIONS DIFERENCIALS	T	S	PS	L	E	PP	AA	Total
	2	1	2	0	3	0	0	8
Introducció. Mètode d'Euler. Mètode de Taylor i Runge-Kutta.								

Metodologia docent

Aquesta assignatura té 2 hores setmanals de teoria i una de problemes. A més hi haurà cinc sessions de tres hores de pràctiques al llarg del quadrimestre.

A les classes de teoria s'introduiran els diversos mètodes numèrics i s'estudiaran les propietats bàsiques d'aquests mètodes.

Les classes de problemes es dedicaran a la resolució de problemes de caràcter teòric i/o que requereixin l'ús d'una calculadora. Es treballarà sobre llistes de problemes que s'aniran proporcionant a l'alumne al llarg del quadrimestre. És imprescindible portar una calculadora a aquestes classes.

A les sessions de pràctiques l'alumne haurà de resoldre determinats problemes numèrics amb l'ajut de l'ordinador. Aquestes sessions tindran lloc als sales de PC's de la facultat. L'alumne disposarà d'una guia sobre el treball que haurà de realitzar a cada sessió i que consistirà en: la implementació d'alguns dels mètodes estudiats i la seva utilització per a resoldre els problemes proposats. En una primera sessió es farà una introducció del llenguatge Maple. En les altres quatre pràctiques es proposaran alguns mètodes dels tractats a classe de teoria i problemes per tal de ser implementats en llenguatge Maple.

Es recomana fortament l'assistència a les classes de problemes i de pràctiques.

El material docent relatiu a aquesta assignatura es subministrarà a través del Campus Virtual.

Problemes

Les classes de problemes s'intercalaran dins de l'horari habitual a mesura que es vagin completant els temes. Podreu trobar els fulls de problemes a la pàgina web del campus virtual.

Pràctiques

A les classes de teoria s'introduiran els diversos mètodes numèrics i s'estudiaran les propietats bàsiques. Durant les sessions de pràctiques, els alumnes usaran el programa Maple en unes pràctiques guiades per resoldre problemes de Mètodes Numèrics equivalents als realitzats en classe de problemes, però d'una complexitat numèrica més gran per aprofitar millor el potencial que ens ofereix l'ordinador contra el que pot oferir una calculadora de mà. Al mateix temps, es podrà comprovar in situ les possibles deficiències, tant dels propis mètodes com de l'ordinador, com les provocades per la inestabilitat dels problemes a resoldre.

L'assistència a les pràctiques és, sinó obligatòria, si molt recomanable doncs es farà un examen de pràctiques de tipus presencial en una sessió extra que ja s'indicarà, on es demanarà la resolució d'algun problema equivalent als proposats durant les pràctiques.

Pels alumnes als que sigui impossible d'assistir a les classes pràctiques, es publicaran les fitxes que es repartiran a les classes pràctiques en la plana del campus virtual. Tot i aquesta facilitat, insistim en la nostra recomanació d'assistir a les pràctiques doncs és allà on es descriu amb molta més precisió del que es pot fer en una fitxa sobre totes les implicacions de cada mètode i on els alumnes poden comentar els seus dubtes de manera molt més directa i entenedora.

IMPORTANT: Per tal de no interrompir la dinàmica de les classes de pràctiques, i arran d'experiències anteriors, no es permetrà l'entrada a l'aula passats 15 minuts de l'inici de la sessió.

Avaluació

Avaluació continuada	Examen final (1ª convocatòria)	Examen final (2ª convocatòria)
X NO	☐ No n'hi ha	☐ Només per als estudiants que compleixin les condicions següents:
☐ SÍ En què consisteix?	☐ Només per als estudiants que compleixin les condicions següents:	
	X Obligatori per a tothom	X Oberta a tothom

La part teòrica i de problemes de l'assignatura s'avaluarà amb un examen de tota la matèria a final del quadrimestre. L'examen però consistirà només en la resolució de problemes sense demanar cap demostració teòrica. Els problemes seran del mateix tipus que s'han fet a les classes de problemes. Entenem que els alumnes de Biotecnologia han de saber utilitzar els mètodes i saber d'on provenen però no cal que coneguin les demostracions.

La nota de pràctiques s'obtindrà tal i com es descriu a l'apartat "Pràctiques".

Ambdues notes es donaran entre 0 i 10 i hauran de ser més grans o iguals que 3 per donar opció a aprovar.

La qualificació final s'obtindrà de ponderar al 80% la part teòrica/problemes i al 20% la part pràctica sempre que totes dues siguin iguals o superiors a 3.

Convalidacions: No es convaliden pràctiques de l'any passat.

Els alumnes que no aprovin la pràctica poden presentar-se a l'examen escrit de juny, però en cas de aprovar-lo, els constarà com a no presentat fins que l'examen pràctic sigui aprovat al setembre on es farà un nou examen escrit i pràctic.

Els alumnes que hagin suspès l'examen escrit de juny, han de presentar-se a l'examen de setembre independentment de que hagin de fer també l'examen pràctic al setembre i que es pugui donar el cas de que aquest examen fos suficient per aprovar. En qualsevol cas, si es dones la circumstància de que un alumne obtingués un resultat pitjor a l'examen escrit de setembre que al juny, es valoraria el millor del dos.

Bibliografia bàsica

A. Aubanell, A. Benseny i A. Delshams, Eines bàsiques del Càlcul numèric, Manuals de la UAB, (1992)

C. Bonet i altres, Introducció al Càlcul Numèric, Universitat Politècnica de Catalunya, (1989)

Bibliografia complementària

R. L. Burden y J. D. Faires, Análisis Numérico, Grupo Editorial Iberoamérica, (1985)

A. Bjorck i G. Dahlquist, Numerical methods, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey (1977)

Enllaços web

<https://cv2008.uab.cat/>

Programa en castellano

1. ERRORES.

- 1.1 Fuentes de error.
- 1.2 Representación numérica con ordenadores. Representación en coma flotante.
- 1.3 Truncamiento y redondeo.
- 1.4 Error Absoluto y error relativo.
- 1.5 Propagación del error de los datos y los cálculos.
- 1.6 Problemas mal condicionados.

2. RESOLUCION DE ECUACIONES NO LINEALES.

- 2.1 Método de Bisección.
- 2.2 Métodos de punto fijo.
- 2.3 Método de Newton.
- 2.4 Método de la secante.

3. APROXIMACION DE FUNCIONES.

- 3.1 Interpolación polinomial. Métodos de Lagrange, Newton y Hermite.
- 3.2 El error en la interpolación polinomial.

4. INTEGRACION NUMERICA.

- 4.1 Fórmulas de Newton-Côtes. Fórmulas del trapecio y de Simpson.
- 4.2 Fórmulas compuestas. Método de Romberg.

5. APLICACIONES AL ALGEBRA LINEAL.

- 5.1 Métodos Gaussianos. Descomposición LU.
- 5.2 Eliminación Gaussiana con pivotaje.

6. ECUACIONES DIFERENCIALES

- 6.1 Introducción.
- 6.2 Método de Euler.
- 6.3 Métodos de Taylor y Runge-Kutta.

Program in english

1. ERRORS.

- 1.1 Sources of errors.
- 1.2 Numerical representation with computers. Representation in floating point.
- 1.3 Cut and closest approximation.
- 1.4 Absolute and relative error.
- 1.5 Propagation of data and calculus errors.
- 1.56 Bad conditioned problems.

2. SOLUTION OF NON LINEAR EQUATIONS.

- 2.1 Bisection method.
- 2.2 Fix point methods.
- 2.3 Newton method.
- 2.4 Secant method.

3. APROXIMATION OF FUNCTIONS.

- 3.1 Polynomial interpolation. Lagrange, Newton and Hermite methods.
- 3.2 The error in the polynomial interpolation.

4. NUMERICAL INTEGRATION.

- 4.1 Newton-Côtes formules. Trapezoidal and Simpson methods.
- 4.2 Compuound formules. Romberg's method.

5. APLICATIONS TO LINEAR ALGEBRA.

- 5.1 Gaussian methods. LU decomposition.
- 5.2 Gaussian elimination with pivoting.

6. DIFFERENTIAL EQUATIONS.

- 6.1 Introduction.
- 6.2 Euler method.
- 6.3 Taylor method and Runge-Kutta.