

# TOPOLOGIA

## GUIA DOCENT 2008

---

### 1. IDENTIFICACIÓ DE L'ASSIGNATURA

Nom	Topologia	Tipus	Troncal
Codi	28003, ?	Crèdits ECTS	6
Curs	Tercer	Semestre	Primer

### 2. OBJECTIUS

Hi ha problemes, formulats inicialment sobre objectes geomètrics, que no depenen de distàncies, d'angles o d'alineacions, sinò d'una mena de connexió contínua entre els punts que componen l'objecte. És el cas dels problemes topològics.

L'objectiu principal del curs és que l'alumne compregui que una topologia en un conjunt és l'estructura natural per a tractar les aplicacions contínues, i què és una equivalència topològica u homeomorfisme.

Les propietats topològiques són aquelles que es conserven per homeomorfismes. És objectiu del curs que l'alumne aprengui a reconèixer quines propietats són topològiques, i quan un problema es pot formular en termes topològics.

Entre les propietats topològiques, són especialment rellevants la propietat de separació Hausdorff, la compacitat i la connexió, que s'estudien aquest curs. És objectiu del curs reconèixer especialment aquestes propietats, i en general aprendre a usar propietats topològiques per a distingir espais topològics no homeomorfs.

Finalment, també és objectiu del curs mostrar teoremes d'existència històrics en Matemàtiques en els quals són ingredient fonamental propietats topològiques.

El concepte d'espai topològic, de manera anàloga a com el d'espai vectorial va sorgir per modelar els espais euclidis, en un principi volia modelar objectes geomètrics, però els va transcendir. El concepte d'espai topològic és abstracte, i tenen topologies diverses els espais de funcions, o els grups infinits de transformacions, per esmentar exemples d'una importància tal que fan present la Topologia en totes les branques de les Matemàtiques. De tota manera, en aquest curs introductorï no pretenem examinar la multitud d'espais abstractes que es poden construir, sino usar la topologia especialment per comprendre propietats mètriques i topològiques de subconjunts de  $\mathbb{R}^n$ , i altres espais topològics que es poden obtenir a partir d'aquests.

### 3. CONTINGUTS

**Tema 1. Espais Topològics i aplicacions contínues:** Topologia en un conjunt. Entorns d'un punt. Interior i clausura d'un conjunt. Bases d'una topologia. Topologia associada a una mètrica. Continuitat i homeomorfismes. Propietats topològiques.

**Tema 2. Construcció d'espais Topològics:** Topologia de subespai, producte i quocient.

**Tema 3. Compacitat, propietats de separació, connexió** Espais compactes. Caracterització de compactes en  $\mathbb{R}^n$ . Compacitat en espais mètrics. Espais de Hausdorff. Espais compactes de Hausdorff. Propietats de separació en la formació de subespais, productes i quocients. Espais connexos. Espais arc-connexos. Propietats locals.

**Tema 4. Superfícies compactes:** Superfícies. Triangulacions de superfícies i característica d'Euler. Orientabilitat. El teorema de classificació de superfícies.

**Tema 5. Introducció a la homotopia**

### 4. COMPETÈNCIES

- Aprendre les nocions d'entorn d'un punt, interior i clausura d'un conjunt en un espai topològic, a expressar-les en llenguatge conjuntista, i aprendre les diverses maneres d'expressar la continuïtat d'una aplicació, en especial en espais mètrics.
- Aprendre a usar les tècniques topològiques esmentades sobre subespais, productes i quocients d'espais topològics.
- Entendre les propietats topològiques de separació (Hausdorff), connexió i compacitat. Ser capaç de reconèixer les propietats definides sobre els exemples que surtin al pas.
- Aprendre a distingir espais topològics no homeomorfs mitjançant propietats topològiques que els distingeixen.
- Aprendre a establir homeomorfismes entre espais, o dit d'altra manera, modelitzar de diferents maneres un espai topològic.
- Conèixer una llista d'exemples d'espais mètrics, i més generalment d'espais topològics i aplicacions contínues sobre els quals repassar els conceptes rebuts al llarg del curs.
- Aprendre a apreciar quan les característiques d'un problema permeten formular-lo en termes topològics.
- Saber escriure amb correcció la solució dels problemes.

## 5. REQUISITS

La formulació de la teoria es fa amb el llenguatge de conjunts i aplicacions. Cal estar familiaritzat amb aquest llenguatge i conèixer les propietats bàsiques del comportament dels subconjunts respecte aplicacions d'un conjunt en un altre. També serà molt útil el coneixement i l'habilitat en qüestions de convergència de successions i de continuïtat de funcions d'una i vàries variables.

## 6. METODOLOGIA

L'assignatura es desenvoluparà al llarg del semestre en classes repartides en sessions de teoria, de problemes i seminaris. L'assistència a classe és el mitjà natural per al seguiment de l'assignatura.

A les classes teòriques s'explicaran els conceptes fonamentals de l'assignatura, i es donaran les pautes de funcionament del curs. L'aprenentatge s'assolirà per l'estudi de la teoria i el treball de l'estudiant sobre una llista de problemes enunciats que es lliurarà al llarg del curs i s'anirà resolent a les classes de problemes i als seminaris. A més, l'estudiant haurà d'anar elaborant també al llarg del curs un petit treball individual.

Hi ha 21 hores de classes teòriques, 10 hores de classe de problemes i 5 seminaris de 2 hores cada un. Això representa 41 hores lectives. Se suposa que l'assignatura requereix 150 hores de dedicació de l'estudiant (25 h/crèdit x 6 crèdits = 150 h). Per tant, la presencialitat és inferior al 30 %. Cal ser conscients que això significa que l'aprenentatge es basa essencialment en el treball personal de l'alumne. Heu de veure el professor com a guia. L'experiència del mètode de crèdits ECTS és nova, tant per professors com per estudiants, i és molt important, aquesta primera vegada, comunicar-nos amb freqüència professors i estudiants des de principi fins a final de curs.

De manera orientativa, fem l'observació següent:

41 hores lectives + (3 + 2) hores d'examen = 46 h presencials.

150 - 46 = 104 h no presencials. Una dedicació de 6 h setmanals durant 14 setmanes representa 84 h. Queden 20 h de preparació d'examen i treballs.

S'usarà el Campus Virtual com a mitjà de comunicació amb el conjunt de l'alumnat.

## 7. AVALUACIÓ

Cada seminari serà una pràctica amb un guió que es farà públic amb antelació. La darrera mitja hora del seminari es dedicarà a la redacció de qüestions sobre la pràctica que l'alumne entregarà i seran puntuades, donant una nota  $P$  (sobre 10).

Al final del semestre es farà un examen escrit, donant una nota  $E$  (sobre 10). Serà obligatòria la realització d'un petit treball individual presentat per escrit i exposat, equivalent a un problema d'examen. Aquest curs el treball consistirà

en la "presentació raonada de dos espais topològics i una aplicació contínua entre ells que no sigui homeomorfisme". Cada treball serà presentat cap a final de curs, en una data que es fixarà amb la coordinadora de curs, i serà puntuat per un conjunt dels alumnes de classe, donant una nota  $T$  (sobre 10).

Les proves obligatòries, examen i treball, donaran una nota  $O = 0.80E + 0.20T$

La nota final serà

$$\max\{O, 0.80O + 0.20P\}$$

Es a dir, les notes de pràctiques no resten, estàn pensades per ajudar a la nota final de l'alumne.

## 8. BIBLIOGRAFIA

Suggerim a continuació bibliografia bàsica per a cada bloc temàtic, ajustada al desenvolupament del nostre curs.

**Preliminars:** "Una mica de teoria de conjunts", Apèndix A de *Topologia General*, N. Batle - F. Rosselló. Col·lecció materials didàctics, UIB, 2000.

**Espais topològics:** Capítols 1 i 2 de "Topology: a geometric account of general topology, homotopy types and the fundamental groupoid", R. Brown. Ellis-Horwood Limited Pub., 1988.

**Construcció d'espais topològics:** Capítol 3 de "Topologia", P. Pascual - A. Roig. Edicions UPC, 2004.

**Propietats topològiques:** Capítols 4 i 5 de "Topologia", P. Pascual - A. Roig. Edicions UPC, 2004.

**Superfícies compactes:** Capítol 1 de "Introducción a la Topología Algebraica", W. Massey. Ed. Reverté, 1982.

**Introducció a la homotopia:** Capítol 2 de "Introducción a la Topología Algebraica", W. Massey. Ed. Reverté, 1982.

Conscients que deixem de citar llibres magnífics, suggerim finalment alguns llibres que mereixen ser consultats:

- *Topology*, K. Jänich, UTM, Springer-Verlag, 1984.
- *Topología*, J. Munkres, Ed. Prentice-Hall (2002).
- *Aspects of Topology*, Ch. Christenson - W. Voxman. Dekker, 1977.

## 9. PROFESSORAT

Carmen Safont C1/118B carme.safont@uab.cat	Isabel Serra C1/-164 iserra@mat.uab.cat
--	---

Horari de consulta:

Carmen Safont: dilluns de 13 h. a 14:30 h. i cites fixades per correu electrònic o de paraula. Isabel Serra: —