

IDENTIFICACIÓ DE L'ASSIGNATURA

NOM i CODI	GEOMETRIA DE VARIETATS 28013
CARÀCTER	OBLIGATÒRIA
Crèdits ECTS	6
SEMESTRE	Segon

OBJECTIUS

A l'assignatura GEOMETRIA DIFERENCIAL (troncal de 7.5 crèdits, de tercer curs) l'alumne ha après els conceptes fonamentals de corbes i superfícies de l'espai ordinari que històricament van ser introduïts a principis del segle XIX. En la present assignatura es pretén que l'alumne es familiaritzi amb el concepte de **varietat diferenciable** (introduït a mitjan del segle XX) del qual les corbes i superfícies del curs anterior en són exemples notables des del punt de vista local. L'objectiu principal de l'assignatura és el pas del local (del curs passat) al global i també el pas de les dimensions 2 i 3 (del curs passat) a la dimensió n .

COMPETÈNCIES PRINCIPALS QUE DESENVOLUPA

Les **competències específiques** que es desenvolupen en aquesta assignatura de tipus científic són:

- (1) Entendre el concepte de varietat diferenciable i saber-lo aplicar a nombrosos exemples.
- (2) Aprendre a treballar amb camps vectorials i formes diferencials en una varietat diferenciable.
- (3) Aprendre el concepte de derivada covariant (connexió) en una varietat diferenciable i relacionar-lo amb les derivades direccionals sobre les superfícies de l'espai ordinari.
- (4) Entendre el concepte de varietat de Riemann i la derivada covariant associada.

I les **competències tecnològiques** són les que s'espera que l'alumne adquireixi a partir de les llistes de problemes (que es treballaran durant les classes de problemes) i els problemes addicionals. Hi haurà dos tipus de problemes:

- (1) De caràcter molt pràctic i de càlcul. Per exemple: Saber trobar les equacions de les geodèsiques d'una determinada varietat de Riemann.
- (2) De caràcter teòric. Aplicant diversos teoremes de teoria, conceptes i idees vistes s'arriba a la solució del problema.

Per tipus d'assignatura hi haurà més proporció dels problemes del grup (2).

REQUISITS PREVIS

L'alumne que cursa l'assignatura de Geometria de Varietats ha d'haver superat l'assignatura Geometria Diferencial de tercer curs. És d'ajut l'haver adquirit els coneixements de les assignatures de Anàlisi Vectorial i de Topologia I de tercer curs .

METODOLOGIA

L'assignatura disposa, al llarg del segon quadrimestre del curs acadèmic de tres hores de classe de teoria i una hora de classe de problemes. El professor fa l'esforç de sintetitzar i trametre de la manera que sap més entenedora els conceptes de la teoria. També dona idees que no estan als llibres i ressalta els punts importants. Per això es recomana forçament l'assistència a les sessions de classe. En cas de no fer-ho, la situació més corrent és que per assimilar el contingut d'una hora d'explicació l'alumne necessitarà moltes més hores de dedicació.

Periòdicament, l'estudiant rebrà unes llistes, les mateixes per a tothom, de problemes que ha de pensar i resoldre, sobre els quals es treballarà a les classes de problemes. En aquestes, donat el poc número d'hores disponible, no es resoldran completament tots els problemes proposats. És valorarà positivament la resolució pública d'un problema a l'hora de classe per part d'un alumne.

El professor fixa un horari en el qual estarà a disposició dels alumnes de l'assignatura. Es recomana fer ús d'aquestes hores tutoritzades, ja sigui per dubtes de teoria, de problemes o de la resolució dels problemes individuals proposats. En la taula de dedicació s'han calculat unes 3 hores per alumne.

CONTINGUTS

1. Varietats diferenciables.

- 1.1 Definició i exemples.
- 1.2 El concepte d'espai tangent.
- 1.3 Repàs d'àlgebra tensorial i exterior.
- 1.4 Camps vectorials i formes diferencials sobre una varietat diferenciable: claudàtor de Lie de dos camps vectorials, diferencial exterior d'una forma diferencial, imatge transposada d'un tensor covariant per una aplicació diferenciable entre dues varietats.

2. Varietats de Riemann.

- 2.1 Definició i exemples.
- 2.2 La connexió (o derivada covariant) de Levi-Civita.
- 2.3 Transport paral·lel, geodèsiques.
- 2.4 Element de volum i teorema de la divergència.

DISTRIBUCIÓ DEL TEMPS

És impossible fixar el número d'hores que un alumne "ideal" hauria de dedicar a fi de que una vegada dutes a terme pogués assegurar que té l'assignatura assimilada i per tant l'aprovarà. Això depèn de molts factors: qualitat de concentració per hora d'estudi, formació prèvia, capacitat de memòria i intel·ligència, claredat de l'exposició del professor, ajut en les tutories del professor, nota que l'alumne vol assolir, etc. Per tant la següent taula s'ha de prendre de forma aproximada i en tot cas és un mínim de dedicació. Aquesta dedicació es recomana que sigui uniforme a llarg de tots els dies de la setmana de tot el quadrimestre (incloent també l'època d'exàmens).

TIPUS D'ACTIVITAT	Descripció	Hores
ACTIVITATS PRESENCIALS	Classes de teoria	28
	Classes de problemes	14
	Activitats tutoritzades	3
	Realització d'exàmens finals	5
ACTIVITATS NO PRESENCIALS	Estudi de teoria	40
	Realització de problemes	32
	Recerca bibliogràfica	4
	Realització de problemes i qüestions individuals	12
	Preparació d'exàmens	12
	TOTAL	150

AVALUACIÓ

A finals de juny es realitzarà un examen en el que s'avaluarà si l'alumne ha assolit els objectius i les capacitats abans esmentades. La prova tindrà una part teòrica i una part de problemes i exercicis. La part teòrica valdrà la tercera part de la nota total de l'examen.

BIBLIOGRAFIA

L'estudiant de segon cicle de Matemàtiques ha d'estar acostumar a fer ús, sense dificultats, de qualsevol tipus de recurs bibliogràfic que li permeti entendre millor (i completar) la informació que s'ha explicat a classe. Els llibres de la següent llista inclouen els continguts del curs.

1. N.H. Hicks, Notes on Differential Geometry, D. Van Nostrand Company, 1965.
2. F.W. Warner, Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups, Scott, Foresman and Company, 1971.
3. J. Girbau, Geometria Diferencial i Relativitat, Publicacions de la UAB, 1993.
4. A. Reventós, C.J. Rodríguez, Una lectura del Disquisitiones Generales circa Sperficies Curvas de C. F. Gauss, Publicacions de la SCM, volum 4.